

1. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-7a)^2}$ 을 간단히 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-7a$

해설

$$\sqrt{(-7a)^2} = \sqrt{49a^2} = 7|a| = -7a$$

2. 다음 중 $\sqrt{45+x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ 3 ㉡ 4 ㉢ 19 ㉣ 26 ㉤ 36

해설

- ㉠ $\sqrt{45+3} = \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.
㉣ $\sqrt{45+26} = \sqrt{71}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

3. 두 수의 대소관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$

㉡ $-2\sqrt{2} > -\sqrt{12}$

㉢ $\sqrt{11} > 2\sqrt{3}$

① ㉠

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $2 < 3$ 이므로 $\sqrt{2} < \sqrt{3}$

따라서 $-\sqrt{2} > -\sqrt{3}$ 이다.

㉡ $-2\sqrt{2} > -\sqrt{12}$ (○)

㉢ $\sqrt{11}^2 = 11 < 12 = (2\sqrt{3})^2$ 이므로 $\sqrt{11} < 2\sqrt{3}$

4. 세 수 $a = \sqrt{8}$, $b = 2 + \sqrt{2}$, $c = 3$ 의 대소 관계를 나타내면?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $c < a < b$

④ $c < b < a$

⑤ $b < a < c$

해설

$3 = \sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{8} < 3$, $b - c = 2 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2} - 1 > 0$ 이므로 $b > c$

$\therefore a < c < b$

5. $\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y\right)^2 = ax^2 + bxy + cy^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① $\frac{25}{16}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{27}{16}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{29}{16}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{4}x\right)^2 + 2 \times \frac{3}{4}x \times \left(\frac{1}{2}y\right) + \left(\frac{1}{2}y\right)^2 \\ &= \frac{9}{16}x^2 + \frac{3}{4}xy + \frac{1}{4}y^2 \\ \therefore a + b + c &= \frac{9}{16} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{25}{16} \end{aligned}$$

6. $(x-3)(x+3)(x^2+\square)=x^4-81$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① -3

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 18

해설

$$(x^2-9)(x^2+9)=x^4-81$$

7. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28 ② -10 ③ 4 ④ 20 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & 7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \\ & x \text{의 계수는 } 14a - 20 + b = 1 \\ & 14a + b = 21 \\ & \therefore a = 1, b = 7 (\because a, b \text{는 자연수}) \\ & \text{따라서 상수항은 } 7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

8. $x(x-1)(x+1)(x-2)$ 을 전개할 때, x^2 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & x(x-1)(x+1)(x-2) \\ &= \{x(x-1)\}\{(x+1)(x-2)\} \\ &= (x^2-x)(x^2-x-2) \end{aligned}$$
 x^2 의 계수를 구해야 하므로 $-2x^2 + x^2 = -x^2$ 에서 x^2 의 계수는 -1이다.

9. $A = \sqrt{81} + \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\frac{49}{16}} - (-\sqrt{6})^2$ 일 때, A^2 의 값은?

① 1

② $\frac{6}{7}$

③ 7

④ $\frac{36}{49}$

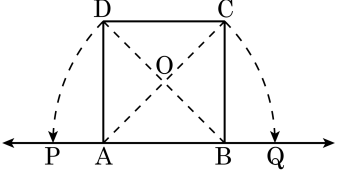
⑤ 49

해설

$$A = 9 + 7 \div \frac{7}{4} - 6 = 9 + 4 - 6 = 7$$

$$\therefore A^2 = 49$$

10. 다음 그림에서 사각형ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 점 P에 대응하는 수가 $5 - 3\sqrt{2}$ 이고 $\overline{AC} = \overline{AQ}$, $\overline{DB} = \overline{BP}$ 일 때, 점 Q에 대응하는 수는?

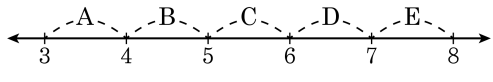


- ① $5 - \sqrt{2}$ ② $5 - 2\sqrt{2}$ ③ $4 - \sqrt{2}$
 ④ $4 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3 - 2\sqrt{2}$

해설

사각형 ABCD의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$
 $P(5 - 3\sqrt{2})$
 B는 P보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점
 A는 B보다 1만큼 왼쪽에 위치한 점
 $\therefore B(5 - 2\sqrt{2}), A(4 - 2\sqrt{2})$
 Q는 A보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점이므로 $Q(4 - \sqrt{2})$

11. 다음 수직선에서 $2\sqrt{5}$ 와 $3\sqrt{5}$ 가 위치하는 구간을 바르게 짝지은 것은?



- ① A, B ② A, D ③ B, D ④ D, A ⑤ D, B

해설

$2\sqrt{5} = \sqrt{20}, 4 < \sqrt{20} < 5$ 이므로 B 구간
 $3\sqrt{5} = \sqrt{45}, 6 < \sqrt{45} < 7$ 이므로 D 구간

12. 다음 중 무리수 $\sqrt{2} + 1$ 과 $2\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은?

① $3\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3} + 2$

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$ 이므로 $\sqrt{2} + 1 \approx 2.414$

$\sqrt{3} \approx 1.732$ 이므로 $2\sqrt{3} \approx 3.464$

⑤ $\sqrt{3} + 2 \approx 3.732$

13. $\sqrt{800} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{7500} = b\sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{ab} = 10\sqrt{10}$

해설

$$\sqrt{800} = \sqrt{10^2 \times 2^2 \times 2} = 20\sqrt{2}$$

$$\sqrt{7500} = \sqrt{10^2 \times 5^2 \times 3} = 50\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 20, b = 50$$

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{20 \times 50} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$$

14. $1 < \sqrt{\frac{x}{3}} < \frac{7}{3}$ 을 만족시키는 정수 x 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < x < \frac{49}{3}$ 에서 $a = 16$, $b = 4$ 이다.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{16} + \sqrt{4} = 6$$

15. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 a , a 의 역수를 b 라고 할 때, $(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

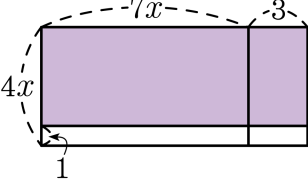
▷ 정답 : $x = \frac{1}{8}$

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{16}$

해설

$\sqrt{5}$ 의 소수부분 $a = \sqrt{5} - 2$ 이고,
 a 의 역수 $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 이므로 분모를 유리화 시키면 $b = \sqrt{5} + 2$ 이다.
 $(a-1)x + 2(b+3)y + 1 = 0$ 식에
 $a = \sqrt{5} - 2, b = \sqrt{5} + 2$ 를 대입하면
 $(\sqrt{5} - 2 - 1)x + 2(\sqrt{5} + 2 + 3)y + 1 = 0$
정리하면 $(\sqrt{5} - 3)x + 2(\sqrt{5} + 5)y + 1 = 0$,
전개하면 $x\sqrt{5} - 3x + 2y\sqrt{5} + 10y + 1 = 0$ 이다.
(유리수) + (무리수) = 0이므로
(유리수) = 0, (무리수) = 0이 되어야 한다.
 $x\sqrt{5} + 2y\sqrt{5} = 0, -3x + 10y + 1 = 0$ 이므로
 $x + 2y = 0, -3x + 10y = -1$ 이다.
두 식 $x + 2y = 0, -3x + 10y = -1$ 을 연립하여 풀면 $y = -\frac{1}{16}$ 이다.
또, $x + 2y = 0$ 에 $y = -\frac{1}{16}$ 을 대입하면 $x = \frac{1}{8}$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 $7x$, $4x$ 인 직사각형에서 가로의 길이는 3 만큼 늘이고 세로의 길이는 1 만큼 줄였다. 이 때, 색칠한 직사각형의 넓이는?



- ① $20x^2 - 5x - 3$ ② $20x^2 - 5x + 3$ ③ $20x^2 + 5x - 3$
 ④ $28x^2 + 5x - 3$ ⑤ $28x^2 + 5x + 3$

해설

$$(\text{넓이}) = (7x + 3)(4x - 1) = 28x^2 + 5x - 3$$

17. $(x+y+3)(x+y-2) = Ax^2 + By^2 + Cxy + x + y - 6$ 이 성립할 때, $A+B+C$ 의 값은? (단, A, B, C 는 상수)

① -12

② -6

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

$x+y=t$ 로 치환하면

$$(t+3)(t-2) = t^2 + t - 6$$

$t = x+y$ 를 대입하면

$$(x+y)^2 + (x+y) - 6$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + x + y - 6$$

$$A = 1, B = 1, C = 2$$

$$\therefore A+B+C = 4$$

18. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

- ㉠ 양수 A 의 제곱근이 a 이면 $A = a^2$ 이다.
- ㉡ a 가 제곱근 16 이면 $a = 4$ 이다.
- ㉢ 제곱근 $\frac{4}{9}$ 의 값은 $\pm\frac{2}{3}$ 이다.
- ㉣ 25 의 제곱근은 ± 5 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 제곱근 $\frac{4}{9} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

19. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x &= \pm 2, y = \pm 3 \\ x - y &= -1, 5, -5, 1 \\ \therefore M - m &= 5 - (-5) = 10 \end{aligned}$$

20. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a\frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b\frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ & ab = 2 \text{를 대입하면} \\ & \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$

21. $x = \sqrt{3 + 3\sqrt{5}}, y = \sqrt{2 - 2\sqrt{5}}$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $30 + 26\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) \text{ 이고} \\x^2 &= 3 + 3\sqrt{5}, y^2 = 2 - 2\sqrt{5} \text{ 이므로} \\\therefore x^4 - y^4 &= (3 + 3\sqrt{5} + 2 - 2\sqrt{5})(3 + 3\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5}) \\&= (5 + \sqrt{5})(1 + 5\sqrt{5}) \\&= 30 + 26\sqrt{5}\end{aligned}$$

22. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$
- ④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

23. 유리수 a 와 무리수 b 에 대하여, 다음 보기 중 옳지 않은 것의 개수를 구하여라.

보기

- ㉠ $\sqrt{a} \times b$ 는 항상 무리수이다.
- ㉡ $b = a - \sqrt{3}$ 를 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉢ $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$)는 항상 무리수이다.
- ㉣ $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 을 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉤ $\sqrt{a} + b$ 는 유리수이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

㉠ $a = 2, b = \sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{a} \times b = 2$ 가 되어 유리수이므로 옳지 않다.
㉤ $a = 3, b = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{a} + b = 2\sqrt{3}$ 이 되어 무리수가 되므로 옳지 않다.
따라서 보기 중 옳지 않은 것의 개수는 2 개이다.

24. $a^2 = b^2 + c^2$ 일 때, $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2bc$

해설

$$(a - b + c)(a + b - c) = \{a - (b - c)\} \{a + (b - c)\}$$

$b - c = X$ 로 치환하면

$$\therefore (a - X)(a + X) = a^2 - X^2 = (b^2 + c^2) - (b - c)^2 = 2bc$$

25. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + (x^2 - 3x),$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7,$$

$x + \frac{1}{x} = 3$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = 3x, \quad x^2 - 3x = -1,$$

$$\therefore 2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x = 7 + (-1) = 6$$