

1. 계수가 유리수인 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$  의 한 근이  $2 + \sqrt{3}$  일 때,  $ab$  의 값은?

①  $-3$

②  $0$

③  $2$

④  $4$

⑤  $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은  $2 - \sqrt{3}$

근과 계수와의 관계에 의해

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

해설

$x^2 + ax + b = 0$  에  $x = 2 + \sqrt{3}$  대입

$$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$$

계수가 유리수이므로

$$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$$

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

2. 세 다항식  $A = x^2 + 3x - 2$ ,  $B = 3x^2 - 2x + 1$ ,  $C = 4x^2 + 2x - 3$  에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

①  $3x^2 + 12x - 13$

②  $-3x^2 + 24x + 21$

③  $3x^2 - 12x + 21$

④  $-3x^2 - 24x + 21$

⑤  $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$

$$= -2A + 5B - 4C$$

$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$

$$= -3x^2 - 24x + 21$$

3.  $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$   
일 때,  $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

#### 해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14}) \text{이다.}$$

$$\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1$$

4. 다항식  $f(x)$  를  $x-1$  로 나누었을 때, 나머지가 3 이고, 다항식  $f(x+2)$  를  $(x+1)^2$  으로 나누었을 때의 나머지는  $ax+4$  이다. 이때, 상수  $a$  의 값을 구하는 과정을 나타낸 것이다. (      )안에 알맞지 않은 것을 고르면?

풀이)  $f(x)$  를  $x-1$  로 나누었을 때의 나머지가 3 이므로 ( ㉠ ) 이다.

$f(x+2)$  를  $(x+1)^2$  으로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$  라 하면 ( ㉡ ) ... ( ㉢ )

( ㉣ )은  $x$  에 대한 항등식이므로  $x = -1$  을 대입하면 ( ㉤ ) 이다.

따라서 ( ㉤ )에서 ( ㉥ )이다.

① ㉠  $f(1) = 3$

② ㉡  $f(x+2) = (x+1)^2 Q(x) + ax + 4$

③ ㉢  $f(-1) = -a + 4$

④ ㉤  $-a + 4 = 3$

⑤ ㉥  $a = 1$

해설

㉣에  $x = -1$  를 대입하면  $f(1) = -a + 4$

5. 다음 식을 인수분해하면  $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$  일 때,  $a + b + c + d$  의 값을 구하여라. ( $a, b, c, d$  는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

6. 두 다항식  $x^3 + 2x^2 - x - 2$ ,  
 $(x-1)(3x^2 + ax + 2a)$  의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수  $a$  의  
값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -3$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+2)(x+1)$$

$$\therefore 3x^2 + ax + 2a \text{ 는}$$

$x+2$  또는  $x+1$  을 인수로 가져야 한다.

$f(x) = 3x^2 + ax + 2a$  로 놓을 때

$x+2$  가 인수이면  $f(-2) = 12 - 2a + 2a = 12$  가 되어 적합하지  
않다.

$\therefore x+1$  를 인수로 갖는다.

$$x+1 \text{ 이 인수이면 } f(-1) = 3 - a + 2a = 3 + a = 0$$

$$\therefore a = -3$$

7. 복소수  $z = 1 + 4i$  일 때,  $\overline{x(2-i) + y(1-i)} = \bar{z}$ 가 성립하도록 하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값은? (단,  $\bar{z}$ 는 복소수  $z$ 의 켤레복소수이고,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 0

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

### 해설

$z = 1 + 4i$ 이므로  $\bar{z} = 1 - 4i$ 이다.

주어진 등식의 좌변을 정리하면

$$\begin{aligned}\overline{x(2-i) + y(1-i)} &= \overline{x(2-i)} + \overline{y(1-i)} \\ &= x(2+i) + y(1-i)\end{aligned}$$

$$\therefore x(2+i) + y(1-i) = 1 - 4i$$

$$(2x + y) + (x - y)i = 1 - 4i$$

복소수가 서로 같을 조건에서

$$2x + y = 1, x - y = -4$$

위 두 식을 연립하여 풀면  $x = -1, y = 3$

$$\therefore x + y = 2$$

8. 두 실수  $x, y$ 가  $x + y = -5$ ,  $xy = 2$ 를 만족할 때,  $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$ 의 값을 구하면?

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $\frac{5\sqrt{2}}{4}$       ③  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$       ④  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$       ⑤  $3\sqrt{2}$

해설

$x + y = -5$ ,  $xy = 2$ 에서  $x < 0$ ,  $y < 0$  이다.

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{x+y}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \\ &= \frac{x+y}{-\sqrt{xy}} \\ &= \frac{-5}{-\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$



9. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  에 대한 설명으로 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는? (단,  $a, b, c, p, q$  는 실수,  $i = \sqrt{-1}$ )

보기

- ㉠ 판별식은  $b^2 - 4ac$  이다.
- ㉡ 두 근의 합은  $\frac{b}{a}$  이다.
- ㉢  $a < 0, c < 0$  이면 허근만 갖는다.
- ㉣  $a > 0, c < 0$  이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㉤ 두 근의 곱은  $\frac{c}{a}$  이다.
- ㉥ 한 근이  $p + qi$  이면 다른 한 근은  $q - pi$  이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ 실계수 방정식에서만 판별식을 사용할 수 있다. 현재  $a, b, c$  가 실수이므로 판별식 사용 가능(참)
- ㉡ 두근의 합은  $-\frac{b}{a}$  이다. (거짓)
- ㉢  $b^2 - 4ac$  에서  $ac > 0$  이다.  
하지만  $b^2 < 4ac$  인 경우만 허근을 가짐(거짓)
- ㉣ 판별식  $b^2 - 4ac$  에서  $ac < 0$  이므로  $b^2 - 4ac > 0$  (참)
- ㉤ 두 근의 곱은  $\frac{c}{a}$  이다. (참)
- ㉥ 실계수 방정식에서 한 근이  $p + qi$  이면  $p - qi$  가 또 다른 한 근이다.(거짓)

10.  $x$ 에 관한 이차식  $a(1+x^2)+2bx+c(1-x^2)$ 에서  $a, b, c$ 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, 이 이차식이  $x$ 에 관한 완전제곱식이 되는 것은 이 삼각형이 어떠한 삼각형일 때인가?

- ①  $a$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형
- ②  $c$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형
- ③  $a=b$ 인 이등변삼각형
- ④  $b=c$ 인 이등변삼각형
- ⑤ 정삼각형

#### 해설

준식을 정리하면,

$$(a-c)x^2 + 2bx + a + c$$

위의 식이 완전제곱식이 되려면

$D=0$ 이어야 하므로

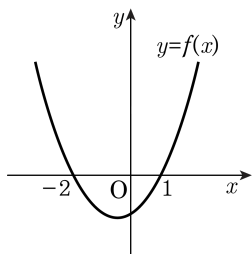
$$\frac{D}{4} = b^2 - (a-c)(a+c) = 0,$$

$$\text{즉 } b^2 - a^2 + c^2 = 0$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

따라서,  $a$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형

11. 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수  $f(x+a) = 0$  의 두 실근의 합이 5 가 되도록 하는 상수  $a$  의 값은?



- ① -3                      ② -2                      ③ -1  
④ 0                        ⑤ 1

### 해설

$y = f(x+a)$  의 그래프는  $y = f(x)$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-a$  만큼 평행이동한 것이다.

$y = f(x)$  이 그래프가

$x$  축과 만나는 점의 좌표가  $-2, 1$  이므로

$y = f(x+a)$  의 그래프가

$x$  축과 만나는 점의 좌표는  $-2-a, 1-a$

따라서, 방정식  $f(x+a) = 0$  의 두 실근이

$-2-a, 1-a$  이고

그 합이 5 이므로  $-2-a + 1-a = 5$

$\therefore a = -3$

12. 직선  $y = 2x + k$  가 이차함수  $y = -x^2 - 6x + 1$  의 그래프와는 만나고, 이차함수  $y = -x^2 + 4x$  의 그래프와는 만나지 않을 때, 정수  $k$  의 개수는?

① 10 개

② 12 개

③ 14 개

④ 16 개

⑤ 18 개

### 해설

직선  $y = 2x + k$  가

곡선  $y = -x^2 - 6x + 1$  과 만날 때

$2x + k = -x^2 - 6x + 1$  에서

$x^2 + 8x + k - 1 = 0$  의 판별식을  $D_1$  이라 하면

$$\frac{D_1}{4} = 16 - k + 1 \geq 0 \text{ 에서 } k \leq 17$$

직선  $y = 2x + k$  가

곡선  $y = -x^2 + 4x$  와 만나지 않을 때

$2x + k = -x^2 + 4x$  에서

$x^2 - 2x + k = 0$  의 판별식을  $D_2$  라 하면

$$\frac{D_2}{4} = 1 - k < 0 \text{ 에서 } k > 1$$

따라서  $k$  의 값의 범위는  $1 < k \leq 17$  이므로

정수  $k$  의 개수는 16 개이다.

13. 아래 그림은 이차함수  $y = ax^2 + 2x + c$  의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?

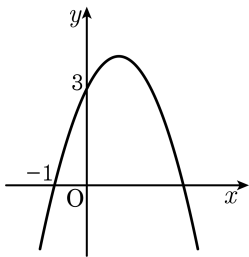
①  $\frac{7}{2}$

② 4

③  $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤  $\frac{11}{2}$



해설

$y = ax^2 + 2x + c$  에 점  $(-1, 0)$ ,  $(0, 3)$  을 대입하면

$$0 = a - 2 + c$$

$$3 = c, a = -1$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -(x - 1)^2 + 4$$

따라서 최댓값은 4 이다.

14. 이차함수  $y = -x^2 - 4mx$  의 최댓값이 16 일 때, 상수  $m$  의 값을 구하여라.(단,  $m > 0$  )

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$$

최댓값이 16 이므로  $4m^2 = 16$

$m > 0$  이므로  $m = 2$  이다.

15. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의  $x$  초 후의 높이를  $y$ m 라 하면  $y = -5x^2 + 20x + 60$  인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

① 1 초, 3 초

② 2 초, 4 초

③ 2 초, 6 초

④ 3 초, 6 초

⑤ 3 초, 8 초

#### 해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은

$$y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x-2)^2 + 80 \text{ 이므로}$$

$x = 2$  일 때  $y$  의 최댓값은 80

따라서 2 초 후이다.

지면에 떨어질 때  $y = 0$  이다.

$$0 = -5x^2 + 20x + 60$$

$$-5(x^2 - 4x - 12) = 0$$

$$-5(x-6)(x+2) = 0$$

그런데,  $x > 0$  이므로  $x = 6$

즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.

16. 계수가 실수인 사차방정식  $x^4 + ax^3 + bx^2 + 14x + 15 = 0$ 의 한근이  $1 + 2i$ 일 때, 두 실수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

한 근이  $1 + 2i$ 이면  $x = 1 + 2i$ ,  $x^2 = -3 + 4i$ ,  $x^3 = -11 - 2i$ ,  $x^4 = -7 - 24i$ ,

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + 14x + 15$$

$$= (-7 - 24i) + a(-11 - 2i) + b(-3 + 4i) + 14(1 + 2i) + 15 = 0,$$
$$(-11a - 3b - 7 + 14 + 15) + (-24 - 2a + 4b + 28)i$$

$$\therefore 11a + 3b = 22, -2a + 4b = -4$$

연립하여 풀면  $a = 2, b = 0$

해설

$$x = 1 + 2i \text{에서 } x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + 14x + 15 = (x^2 - 2x + 5)(x^2 + kx + 3)$$

좌변을 전개하여 우변과 계수비교하면

$$a = k - 2, b = 8 - 2k, 14 = 5k - 6$$

$$\therefore k = 4, a = 2, b = 0$$