

1. $x = \frac{n}{150}$ (n 은 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 무한소수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

n 이 3 의 배수이면 $\frac{n}{150}$ 은 유한소수

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$\therefore 100 - 33 = 67$$

2. 분수 $\frac{x}{3^2 \times 5^2 \times 2}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고 기약분수로 고치면 $\frac{4}{y}$ 가 된다고 한다. x 가 $60 < x < 90$ 인 정수일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$\frac{x}{3^2 \times 5^2 \times 2} = \frac{4}{y}$ 가 유한소수이므로 x 는 9의 배수이다.

x 는 $60 < x < 90$ 인 정수이므로 $x = 72$, $y = 25$

$\therefore x - y = 47$

3. 다음 분수를 순환소수로 나타낼 때, 순환마디 개수가 가장 많은 것은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{3}{7}$

③ $\frac{5}{6}$

④ $\frac{3}{11}$

⑤ $\frac{4}{9}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$, 1 개

② $\frac{3}{7} = 0.4\dot{2}857\dot{1}$, 6 개

③ $\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$, 1 개

④ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$, 2 개

⑤ $\frac{4}{9} = 0.\dot{4}$, 1 개

따라서 순환마디 개수가 가장 많은 것은 ②이다.

4. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

5. $0.15\dot{8} = a \times 0.00\dot{1}$, $0.0\dot{5} = 5 \times b$ 일 때, ab 를 분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{143}{90}$

해설

$$\frac{158 - 15}{900} = a \times \frac{1}{900}, \quad a = 143$$

$$\frac{5}{90} = 5 \times b, \quad b = \frac{1}{90}$$

$$\therefore ab = \frac{143}{90}$$

6. 11의 배수가 아닌 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 $\frac{n}{11}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.
 이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$\frac{1}{11} = 0.090909\cdots = 0.\dot{0}\dot{9}, f(1) = 9$$

$$\frac{2}{11} = 0.181818\cdots = 0.\dot{1}\dot{8}, f(2) = 9$$

$$\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.\dot{2}\dot{7}, f(3) = 9 \text{ 이므로}$$

n 의 값에 관계없이 $f(n) = 9$

$$\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)} \text{ 은}$$

분모가 $f(2)$ 부터 $f(98)$ 중에서

$f(11), f(12), f(22), f(23), f(33), f(34), \cdots, f(88), f(89)$ 의 총
 $2 \times 8 = 16$ (개)가 빠졌으므로

$$1 \times (97 - 16) = 81$$

7. $1.\dot{3} + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left(0.\dot{5} - \frac{7}{9} \right) \right\} - 0.\dot{8}$ 를 계산하여라.

① $1.\dot{5}$

② $1.\dot{6}$

③ $1.\dot{7}$

④ $1.\dot{8}$

⑤ $1.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{13-1}{9} + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{9} \right) \right\} - \frac{8}{9} &= \frac{4}{3} + 3 \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9} \right) - \frac{8}{9} \\ &= \frac{8}{3} - \frac{8}{9} = \frac{16}{9} = 1.\dot{7} \end{aligned}$$

8. 순환소수 $1.0\dot{3}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 5

② 30

③ 50

④ 90

⑤ 99

해설

$$1.0\dot{3} = \frac{103 - 10}{90} = \frac{31}{30} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 30 \text{ 이다.}$$

9. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 모든 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 모든 무한소수는 순환소수이다.
- ㉣ 모든 유한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉤ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

해설

- ㉡ 정수가 아닌 유리수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 무한소수 중에는 순환하지 않는 소수도 있다.
- ㉤ 순환하지 않는 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

10. 다음 중 가장 작은 수는?

① 2^{20}

② 3^{15}

③ 4^{10}

④ 5^5

⑤ 6^5

해설

① $2^{20} = (2^4)^5$

② $3^{15} = (3^3)^5$

③ $4^{10} = 2^{20} = (2^4)^5$

따라서 가장 큰 작은 수는 ④이다.

11. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다. 기영이가 가지고 있는 MP3 가 1GB 의 용량을 넣을 수 있다고 하면, 기영이는 4MB 의 노래를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 256 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 2^{10} MB 이다. 4MB 는 2^2 MB
이므로 $2^2 \times x = 2^{10}$,
 $x = 2^8 = 256$

12. 다음에서 $x + y + z$ 의 값을 구하면?

- $(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$
- $\left(\frac{a^4}{b^2}\right)^3 = \frac{a^y}{b^6}$
- $(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

$$(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$$

$$a^6 \times a^{3x} = a^{18}$$

$$6 + 3x = 18 \quad \therefore x = 4$$

$$\left(\frac{a^4}{b^2}\right)^3 = \frac{a^y}{b^6}$$

$$\frac{a^{12}}{b^6} = \frac{a^y}{b^6} \quad \therefore y = 12$$

$$(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$$

$$a^{2z}b^z \div a^2 = a^4b^3$$

$$a^{2z-2}b^z = a^4b^3 \quad \therefore z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 4 + 12 + 3 = 19$$

13. 다음 $(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 = x^3y^2$ 에서 자연수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2$$

$$= x^{3a}y^a \times x^{3b}y^{2b} \times \frac{1}{x^6y^2}$$

$$x^{3a+3b-6}y^{a+2b-2} = x^3y^2$$

$$3a + 3b - 6 = 3$$

$$\therefore a + b = 3$$

$$a + 2b - 2 = 2$$

$$\therefore a + 2b = 4$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

14. $2^{10} \doteq 1000$ 을 이용하여 $5^{11} = \frac{10^x}{2}$ 인 정수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$5^{11} = \frac{10^x}{2}$$

양변에 2^{11} 을 곱하면

$$2^{11} \times 5^{11} = 10^x \times 2^{10}$$

$$10^{11} = 10^x \times 10^3$$

$$10^8 = 10^x$$

$$\therefore x = 8$$

15. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.

이때, $\begin{vmatrix} -2x+y+1 & x-2y-4 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$ 은?

① $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y - 4$

② $-\frac{1}{4}x + y$

③ $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{4}x - 2y + 1$

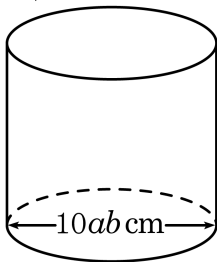
⑤ $4x + y - \frac{3}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (-2x+y+1) \times \left(-\frac{1}{2}\right) - (x-2y-4) \times \left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \left(x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y - 1\right) \\ &= x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y + 1 \\ &= \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

16. 원기둥의 부피는 $100\pi a^2 b^3 \text{ cm}^3$ 이고, 밑면은 지름의 길이가 $10ab \text{ cm}$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이는?

부피: $100\pi a^2 b^3 \text{ cm}^3$



① $2b \text{ cm}$

② $4b \text{ cm}$

③ $6b \text{ cm}$

④ $8b \text{ cm}$

⑤ $10b \text{ cm}$

해설

원기둥의 높이를 h 라 하자.

$$\therefore h = \frac{100\pi a^2 b^3}{(5ab)^2 \pi} = \frac{100a^2 b^3}{25a^2 b^2} = 4b (\text{cm})$$

17. $x = -2$, $y = 5$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{6x^2y - 9x^5y^4}{3xy}$$

▶ 답:

▷ 정답: -6004

해설

$$(\text{준식}) = \frac{6x^2y}{3xy} - \frac{9x^5y^4}{3xy} = 2x - 3x^4y^3$$

$2x - 3x^4y^3$ 에 $x = -2$, $y = 5$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} 2 \times (-2) - 3 \times (-2)^4 \times 5^3 &= -4 - 6000 \\ &= -6004 \end{aligned}$$

18. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$ 일 때, $\frac{a + 3ab + b}{a - ab + b}$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3, \frac{a+b}{ab} = 3$$

$$\therefore 3ab = a + b$$

$$\begin{aligned} \frac{a + 3ab + b}{a - ab + b} &= \frac{3ab + 3ab}{3ab - ab} \\ &= \frac{6ab}{2ab} \\ &= 3 \end{aligned}$$

19. $\frac{z}{3} = \frac{(w+x)y}{2}$ 을 w 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▶ 정답: $w = \frac{2z}{3y} - x$

해설

$$\frac{2z}{3y} = (w+x)$$

$$\frac{2z}{3y} - x = w$$

$$w = \frac{2z}{3y} - x$$

20. 다음 문장을 부등식으로 나타내면?

소현이 어머니의 나이가 지금은 소현이의 나이 x 의 7 배이지만
3 년 후에는 소현이의 현재 나이 x 의 5 배 이하이다.

① $7x + 3 < 5x$

② $7x + 3 \leq 5x$

③ $7x + 3 \geq 5x$

④ $7x + 3 > 5x$

⑤ $7x \leq 5x$

해설

소현이의 나이는 x , 어머니의 나이는 $7x$ 이므로
3 년 후에 소현이의 나이의 5 배 이하는
 $7x + 3 \leq 5x$

21. $2 < a < 7$, $-3 < b < 4$ 이고 $A = \frac{5}{a} - b$ 일 때, A 값의 범위 중 최솟값을 구하여라.
(단, A 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2 < a < 7$ 에서 $\frac{1}{7} < \frac{1}{a} < \frac{1}{2}$ 이므로

각 변에 5를 곱하면 $\frac{5}{7} < \frac{5}{a} < \frac{5}{2}$

$-3 < b < 4$ 에서 각 변에 -1 을 곱하면

$3 > -b > -4$ 이므로 $-4 < -b < 3$

두 식을 더하면

$-\frac{23}{7} < \frac{5}{a} - b < \frac{11}{2}$ 이므로 $-\frac{23}{7} < A < \frac{11}{2}$

즉, A 값의 범위 중 최소 정수의 값은 -3 이다.

22. 부등식 $x + 3(x + 2) \leq -2$ 을 풀면?

① $x \leq -1$

② $x \leq -2$

③ $x \leq -3$

④ $x \leq -4$

⑤ $x \leq -5$

해설

$$x + 3x + 6 \leq -2$$

$$4x \leq -8$$

$$x \leq -2$$

23. 다음 부등식을 만족하는 가장 작은 정수는?

$$1.5(2 - 3x) < 3.5(1 - x)$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$3 - 4.5x < 3.5 - 3.5x$, $-0.5 < x$ 이므로 만족하는 가장 작은 정수는 0 이다.

24. 부등식 $ax < b$ 의 해가 $x > -1$ 이라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, $a \neq 0, b \neq 0$)

① $a > b$

② $a > 0, b < 0$

③ $a + b = 0$

④ $ab > 0$

⑤ $-\frac{a}{b} < 0$

해설

$ax < b$ 의 해가 $x > -1$ 이므로 $a < 0$

부등식을 풀면 $x > \frac{b}{a}$

따라서 $\frac{b}{a} = -1, b = -a$

$\therefore a + b = 0$

25. 다음 두 부등식의 해가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

$$\frac{5}{2}x + 1 > \frac{5x - 3}{3} + x, \quad 5x + 1 < 3x + a$$

① 23

② 24

③ 25

④ 26

⑤ 27

해설

$\frac{5}{2}x + 1 > \frac{5x - 3}{3} + x$ 의 양변에 6을 곱하면

$$15x + 6 > 10x - 6 + 6x \quad \therefore 12 > x$$

$5x + 1 < 3x + a$ 를 정리하면

$$2x < a - 1 \quad \therefore x < \frac{a - 1}{2}$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{a - 1}{2} = 12$$

$$\therefore a = 25$$