

1. 다항식  $2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 이  $x-1$ 과  $x-2$ 로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수  $a, b$ 의 값은?

①  $a = -2, b = -8$

②  $a = 3, b = 4$

③  $a = -1, b = -3$

④  $a = 4, b = -2$

⑤  $a = -3, b = 7$

해설

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 로 놓으면  
 $x-1$ 과  $x-2$ 로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로  $f(1) = 0, f(2) = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore f(1) = 2 + a + b + 8 = 0,$$

$$f(2) = 16 + 4a + 2b + 8 = 0$$

$$\therefore a + b = -10, 2a + b = -12$$

두 식을 연립하여 풀면  $a = -2, b = -8$

2. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

$$\text{㉤ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

3.  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을  $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면  $f(x)$ 를  $x^2+2x-3$ 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\ &= (x^2 + 2x - 3)Q'(x) + 2x + 1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는  $2x+1$

4. 100개의 다항식  $x^2-x-1, x^2-x-2, \dots, x^2-x-100$  중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해되는 것은 모두 몇 개인가?

- ① 5개    ② 7개    ③ 9개    ④ 11개    ⑤ 13개

해설

$x^2-x-n = (x+a)(x-b)$  ( $a, b$  는 자연수)라 하면  
 $b = a+1, ab = n$  ( $1 \leq n \leq 100$ )

$a$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n=ab$	2	6	12	20	30	42	56	72	90

$\therefore$  9(개)

5.  $x^6 + 1$ 을 계수가 실수인 범위 내에서 인수분해 할 때, 다음 중 인수인 것은?

- ①  $x^2 + x + 1$       ②  $x^2 - x + 1$       ③  $x^2 + \sqrt{3}x + 1$   
④  $x^2 + \sqrt{3}x - 1$       ⑤  $x^2 - 1$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2)^3 + 1 \\ &= (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1) \\ &= (x^2 + 1)((x^2 + 1)^2 - 3x^2) \\ &= (x^2 + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1)\end{aligned}$$

6. 두 다항식  $x^2 + 3x + a$ ,  $x^2 - 3x + b$ 의 최대공약수가  $x - 1$ 일 때, 최소공배수를 구하여라.

①  $x^3 + 3x^2 - 12x + 8$

②  $x^3 - 3x^2 + 10x - 8$

③  $x^3 + x^2 - 10x + 8$

④  $x^3 - 9x + 8$

⑤  $x^3 + 2x^2 - 8x + 10$

**해설**

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여  $a$ ,  $b$ 를 구한다.

$$1 + 3 + a = 0 \quad 1 - 3 + b = 0 \text{에서 } a = -4 \quad b = 2$$

$$\therefore x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$$(x - 1)(x - 2)(x + 4) = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

7. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가  $x+3$ 이고 최소공배수가  $x^3+x^2-6x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

- ①  $(x+1)(x-2)$                       ②  $(x+2)(x+4)$   
③  $2(x-1)(x+3)$                     ④  $2(x-2)(x-4)$   
⑤  $2(x+1)(x-4)$

**해설**

최대공약수가  $x+3$  이므로 두 이차식을  $a(x+3)$ ,  $b(x+3)$  ( $a, b$  는 서로소)라 하고  
최소공배수를  $f(x) = x^3 + x^2 - 6x$  라 하면  
 $f(x) = x(x^2 + x - 6) = x(x+3)(x-2)$   
따라서 두 다항식은  
 $x(x+3)$ ,  $(x-2)(x+3)$  이므로  
구하는 두 다항식의 합은  
 $x(x+3) + (x-2)(x+3) = (x+3)(2x-2)$   
 $= 2(x-1)(x+3)$

8. 복소수  $(1-xi)(1-i)$ 가 순허수가 되도록 실수  $x$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 1$

해설

$(1-xi)(1-i) = (1-x) + (-1-x)i$   
순허수이려면 실수부가 0  $\Rightarrow 1-x = 0,$   
 $x = 1$



9.  $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{101}$  일 때,  $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) - f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하면?

- ①  $-i$       ②  $-2i$       ③  $-3i$       ④  $i$       ⑤  $2i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+i^2+2i}{1-i^2} = i \\ \frac{1-i}{1+i} &= \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{1+i^2-2i}{1-i^2} = -i \\ f(i) - f(-i) &= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{101} - \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{101} \\ &= (-i)^{101} - (i)^{101} \\ &= -2i^{101} \\ &= -2i(\because i^4 = 1)\end{aligned}$$

10. 방정식  $(k^2 - 6)x = k(x + 1) + 2$ 의 해가 존재하지 않을 때,  $k$ 의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$x$ 에 대하여 정리하면

$$(k^2 - k - 6)x = k + 2$$

$$(k + 2)(k - 3)x = k + 2$$

$k = 3$ 일 때,  $0 \cdot x = 5$  (불능)

11. 포물선  $y = x^2 - 2x + 4k$  의 그래프가  $x$  축과 서로 만나지 않을 때의  $k$  의 범위를 구하면?

①  $k < \frac{1}{2}$

②  $k < -\frac{1}{2}$

③  $k > \frac{1}{4}$

④  $k < \frac{1}{4}$

⑤  $k > -\frac{1}{4}$

해설

$y = x^2 - 2x + 4k$  의 그래프가  $x$  축과 만나지 않으려면 판별식  $D$  가

$D < 0$  이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1 - 4k < 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{4}$$

12. 이차함수  $y = x^2 + ax + b$  가  $(-1, -2)$  와  $(1, 0)$  을 지날 때, 최솟값을 구하면?

- ①  $-\frac{4}{9}$     ②  $-1$     ③  $3$     ④  $1$     ⑤  $-\frac{9}{4}$

해설

이차함수  $y = x^2 + ax + b$  에 점  $(-1, -2)$  와 점  $(1, 0)$  을 대입하면

$$-2 = 1 - a + b \text{ 와 } 0 = 1 + a + b$$

두 식을 연립하여 풀면

$$-a + b = -3, a + b = -1$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$y = x^2 + x - 2$$

$$y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 2$$

따라서  $x = -\frac{1}{2}$  일 때 최솟값  $-\frac{9}{4}$  를 갖는다.

13. 이차함수  $y = x^2 + ax + b$  는 한 점  $(-5, 3)$  을 지나고,  $x = m$  일 때 최솟값  $3m$  을 갖는다.  $m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $m = -11$

▷ 정답 :  $m = -2$

해설

$y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가  $(m, 3m)$  이므로  
 $y = (x - m)^2 + 3m$  에  $(-5, 3)$  을 대입한다.

$$3 = (-5 - m)^2 + 3m$$

$$m^2 + 10m + 25 + 3m = 3$$

$$m^2 + 13m + 22 = 0$$

$$(m + 11)(m + 2) = 0$$

따라서  $m = -11$  또는  $m = -2$  이다.

14. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여  $(A, B) = A^2 + B^2 - AB$ 라 할 때,  $(x^2 + 1, 2x^2 - 3) - 7$ 을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

- ①  $x - \sqrt{2}$       ②  $x - 1$       ③  $x$   
④  $x + 1$       ⑤  $x + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 + 1, 2x^2 - 3) - 7 \\ &= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7 \\ &= 3x^4 - 9x^2 + 6 \\ &= 3(x^4 - 3x^2 + 2) \\ &= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2) \\ &= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

15. 방정식  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{21}$  (단,  $x < y$ )을 만족하는 양의 정수  $x, y$ 의 순서쌍  $(x, y)$ 에 대하여  $x + y$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 484      ② 192      ③ 112      ④ 100      ⑤ 548

해설

$$\begin{aligned}21(x+y) &= xy, \quad xy - 21(x+y) = 0 \\ \therefore (x-21)(y-21) &= 21^2 = 3^2 \times 7^2 \\ 21x &= (x-21)y \text{ 이고 } y > x > 0 \text{ 이므로} \\ y-21 &> x-21 > 0 \\ \therefore (x-21, y-21) & \\ &= (1, 441), (3, 147), (7, 63), (9, 49) \\ \therefore (x, y) & \\ &= (22, 462), (24, 168), (28, 84), (30, 70) \\ \therefore x+y \text{의 최댓값은 } &22 + 462 = 484\end{aligned}$$