

1. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 이라고 정의한다. $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 = x^{500} \times y!$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 502

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 \\ &= (2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times (2 \times 4) \times \cdots \times (2 \times 500) \\ &= 2^{500} \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 500) \\ &= 2^{500} \times 500! \\ \therefore x &= 2, y = 500 \\ \therefore x + y &= 502 \end{aligned}$$

2. 분수 $\frac{a}{180}$ 가 유한소수가 되도록 하는 a 의 값을 구하여라. (단, $10 < a < 20$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되려면 a 는 9 의 배수
 $10 < a < 20$ 인 9 의 배수 $a = 18$

3. $\frac{a}{110}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 정수 $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, $10 < a < 20$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$\frac{a}{110} = \frac{a}{2 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되어야 하므로 a 는 11의 배수 이어야 한다.

따라서 $a = 11$ 이고, $b = 10$ 이다.

$\therefore a + b = 11 + 10 = 21$

4. 분수 $\frac{53}{11}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 27 번째 자리의 숫자는?

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\frac{53}{11} = 4.818181....$$

$27 \div 2 = 13 \cdots 1$ 이므로 소수점 아래 27 번째 자리의 수는 8 이다

5. 기약분수를 소수로 고치는 과정에서 A 는 분자를 잘못 보았더니 $0.\dot{3}4$ 로, B 는 분모를 잘못 보았더니 $0.5\dot{6}$ 이 되었다. 처음의 기약분수로 맞는 것은?

- ① $\frac{34}{90}$ ② $\frac{51}{99}$ ③ $\frac{17}{99}$ ④ $\frac{16}{99}$ ⑤ $\frac{17}{90}$

해설

$0.\dot{3}4 = \frac{34}{99}$ 에서는 분모를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분모는 99 ,

$0.5\dot{6} = \frac{56-5}{90} = \frac{51}{90} = \frac{17}{30}$ 에서는 분자를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분자는 17 이다.

따라서, 구하는 기약분수는 $\frac{17}{99}$

6. $\frac{1}{2} < 0.A < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}, \frac{9}{2} < A < 6$$

$$\therefore A = 5$$

7. $2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 2009 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

순환소수를 풀어서 계산하면

$$\begin{aligned} 2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9} &= \frac{2007}{999} - \frac{1989}{990} \\ &= \frac{-81}{990 \times 999} \\ &= -0.000081\dot{9} \end{aligned}$$

소수점 아래의 2009 번째 숫자는 순환마디의 2008 번째 숫자와 같다.

이때, $2008 = 6 \times 334 + 4$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 4 번째 숫자 8 이다.

8. $a = \frac{9}{13}$ 일 때, $a \times (10^6 - 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 692307

해설

$$\begin{aligned} a &= 0.\dot{6}9230\dot{7} \text{ 이므로 } a = \frac{692307}{999999} \\ \therefore a \times (10^6 - 1) &= a \times 999999 \\ &= \frac{692307}{999999} \times 999999 \\ &= 692307 \end{aligned}$$

9. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

10. $3^2 \times (3^{\square})^5 = 3^{17}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

지수법칙을 이용하면

$$2 + 5 \times \square = 17$$

$$5 \times \square = 15$$

$$\therefore \square = 3$$

11. 다음 두 식을 만족하는 단항식 A, B 에 대하여 A^2 은?

$$A \times B = 36a^3b^4, \frac{A}{B} = 4a$$

- ① $144ab$

② $144a^2b^2$

③ $144a^3b^3$

④ $144a^4b^4$

⑤ $144a^5b^5$

해설

$$\begin{aligned} A^2 &= (A \times B) \times \frac{A}{B} = 36a^3b^4 \times 4a \\ &= 36 \times 4 \times a^3 \times a \times b^4 = 144a^4b^4 \end{aligned}$$

12. 다음 식에서 $A + B + C$ 의 값은?

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$$

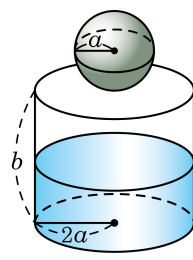
- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} (-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 &= 8x^Cy \\ (-4)^A x^{3A} \times 2xy^B \div 4x^4y^2 &= 8x^Cy \\ (-4)^A \times 2 \div 4 = 8 &\quad \therefore A = 2 \\ x^{3A} \times x \div x^4 = x^C & \\ x^6 \times x \div x^4 = x^C &\quad \therefore C = 3 \\ y^B \div y^2 = y &\quad \therefore B = 3 \\ \therefore A + B + C = 2 + 3 + 3 = 8 \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

- ① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
 ④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는
 $h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

14. $3x(x-5) + 4x(1-3x) = ax^2 + bx + c$ 일 때, abc 의 값은?

- ① 0 ② -11 ③ -20 ④ 99 ⑤ -99

해설

$$\begin{aligned} a &= -9, \quad b = -11, \quad c = 0 \\ \therefore abc &= (-9) \times (-11) \times 0 = 0 \end{aligned}$$

15. 다음 식을 간단히 하여라.

$(12a^3b - 18a^3b^2) \div 6ab - 2a(6ab - 4a)$

- ① $-15ab + 10a$

② $-15a^2b + 10a$

③ $-15ab + 10a^2$

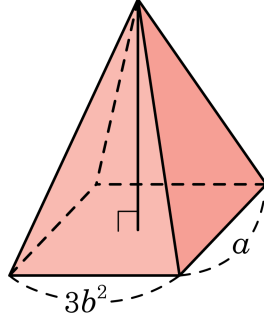
④ $-15ab^2 + 10a^2$

⑤ $-15a^2b + 10a^2$

해설

$$\begin{aligned} & (12a^3b - 18a^3b^2) \div 6ab - 2a(6ab - 4a) \\ &= 2a^2 - 3a^2b - 12a^2b + 8a^2 \\ &= -15a^2b + 10a^2 \end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 $3b^2$, a 이고, 부피가 $27a^2b^2 + b^2a$ 일 때, 이 사각뿔의 높이는?



- ① $27a + 1$ ② $27b + 1$ ③ $9a + 1$
④ $9b + 1$ ⑤ $27ab + 1$

해설

사각뿔의 높이를 x 라 하면

$$(\text{사각뿔의 부피}) = 3b^2 \times a \times x \times \frac{1}{3} = 27a^2b^2 + b^2a$$

$$ab^2x = 27a^2b^2 + b^2a$$

$$\therefore x = 27a + 1$$

17. $x = -1$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$4x + 3x(x - 1) - 6x^2 \div 2 + x \times (-2x)$$

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} & 4x + 3x(x - 1) - 6x^2 \div 2 + x \times (-2x) \\ &= 4x + 3x^2 - 3x - 3x^2 - 2x^2 \\ &= x - 2x^2 = (-1) - 2 \times (-1)^2 \\ &= -3 \end{aligned}$$

18. $a\%$ 의 설탕물 x g에 y g의 물을 더 부어 $b\%$ 의 설탕물이 되었다. y 를 a, b, x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{ax}{b} - x$

해설

$$\frac{a \times x}{100} = \frac{b \times (x + y)}{100}$$

$$ax = b(x + y)$$

$$x + y = \frac{ax}{b}$$

$$\therefore y = \frac{ax}{b} - x$$

19. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{ 에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{ 를 } b \text{ 에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{ 를 } a \text{ 에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

20. 다음 중 방정식 $\frac{1}{5}x + 0.3(x - 1) = 0.7$ 을 만족하는 x 의 값을 해로 갖는 부등식을 모두 골라라.

- $\textcircled{\tiny \neg}$ $x - 3 > 3$

$\textcircled{\tiny \cup}$ $x + 2(x - 3) \geq (x + 2)$
- $\textcircled{\tiny \subset}$ $3x - 2 > x - 4$

$\textcircled{\tiny \supset}$ $2(x + 1) + 3 \geq x - 5$
- $\textcircled{\tiny \cap}$ $3x - 9 > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \subset}$

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \supset}$

해설

$\frac{1}{5}x + 0.3(x - 1) = 0.7$ 을 풀면 $x = 2$ 이므로
 $x = 2$ 를 대입하여 성립하는 부등식을 찾는다.
 $\textcircled{\tiny \subset}$ $3 \times 2 - 2 = 4 > 2 - 4 = -2$
 $\textcircled{\tiny \supset}$ $2(2 + 1) + 3 = 9 \geq 2 - 5 = -3$

21. 부등식 $x - 2 > 3x - 3$ 을 만족시키는 가장 큰 정수는?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x - 2 > 3x - 3$$

$$-2x > -1$$

$$x < \frac{1}{2}$$

따라서 만족시키는 가장 큰 정수는 0 이다.

22. 일차부등식 $1.2x \leq 0.7x + 0.5$ 를 풀면?

① $x \leq 1$

② $x > 1$

③ $1 < x$

④ $1 \leq x$

⑤ 해는 없다.

해설

$$1.2x \leq 0.7x + 0.5$$

양변에 10 을 곱하면

$$12x \leq 7x + 5$$

$$12x - 7x \leq 5$$

$$5x \leq 5$$

$$\therefore x \leq 1$$

23. $ax - 6 < 0$ 의 해가 $x > -3$ 일 때, 상수 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$ax - 6 < 0$, $ax < 6$ 의 해가 $x > -3$ 이려면 $a = -2$ 이어야 한다.

24. $\frac{1}{2}(x-a) > \frac{1}{3}x+1$ 의 해가 $x > 18$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\frac{1}{2}(x-a) > \frac{1}{3}x+1$ 의 양변에 6 을 곱하면 $3(x-a) > 2x+6$, $x >$

$3a+6$

해가 $x > 18$ 이므로 $3a+6=18$, $a=4$ 이다.

25. 두 부등식 $0.5(7x+3) > 1.3(2x-a)$ 와 $\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} < 1$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$0.5(7x+3) > 1.3(2x-a)$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5(7x+3) > 13(2x-a)$$

$$35x+15 > 26x-13a$$

$$9x > -13a-15$$

$$\therefore x > \frac{-13a-15}{9}$$

$\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} < 1$ 의 양변에 20을 곱하면

$$5(x-2) - 4(2x-3) < 20$$

$$5x-10-8x+12 < 20$$

$$-3x+2 < 20$$

$$\therefore x > -6$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{-13a-15}{9} = -6$$

$$-13a-15 = -54$$

$$-13a = -39$$

$$\therefore a = 3$$