

1. $a = b + \frac{1}{b}$ 이고 $b = \sqrt{7}$ 일 때, a 는 b 의 몇 배 인지 구하여라.

▶ 답: 배

▷ 정답: $\frac{8}{7}$ 배

해설

$$a = \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{8}{7}\sqrt{7}$$

$$\therefore a = \frac{8}{7}b$$

2. $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4}, y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4}$ 일 때, $\frac{x+y}{\sqrt{7}} + \frac{x-y}{\sqrt{5}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x+y &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{7}}{4} = \frac{\sqrt{7}}{2} \\x-y &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4} - \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2} \\(\text{준식}) &= \frac{\sqrt{7}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\end{aligned}$$

3. $(x+1)^2 - 5(x+1) + 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$
③ $(x-1)(x+2)$ ④ $(x+1)(x-2)$
⑤ $-(x-1)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned}x+1 &= t \text{로 치환하면} \\t^2 - 5t + 6 &= (t-2)(t-3) \\&= (x+1-2)(x+1-3) \\&= (x-1)(x-2)\end{aligned}$$

4. $(a+2)^2 - 5(a+2) - 6$ 을 인수분해하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $(a-4)(a+3)$

해설

$$\begin{aligned} a+2 &= A \text{로 치환하면} \\ A^2 - 5A - 6 &= (A-6)(A+1) \\ &= (a+2-6)(a+2+1) \\ &= (a-4)(a+3) \end{aligned}$$

5. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

- ㉠ 양수 A의 제곱근이 a 이면 $A = a^2$ 이다.
- ㉡ a 가 제곱근 16이면 $a = 4$ 이다.
- ㉢ 제곱근 $\frac{4}{9}$ 의 값은 $\pm\frac{2}{3}$ 이다.
- ㉣ 25의 제곱근은 ± 5 이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

해설

㉢ 제곱근 $\frac{4}{9} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9의 제곱근은 1개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0의 제곱근은 0이다.
- ③ 3.9의 제곱근은 2개이다.

7. 두 수 2와 5 사이에 있는 수 중에서 \sqrt{n} 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

㉠ 18 개 ㉡ 19 개 ㉢ 20 개 ㉣ 21 개 ㉤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

8. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 \sqrt{n} 이 무리수인 n 의 개수는?

- ① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7개)

9. $x + y = 3$, $xy = 2$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \times 2 = 5 \\ \therefore x^4 + y^4 &= (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 = 25 - 2 \times 4 = 17\end{aligned}$$

10. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라. (단, $x > 1$)

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 6 - 2 = 4$$

$$x > 1 \text{ 이므로 } x > \frac{1}{x} \text{ 이므로 } x - \frac{1}{x} > 0$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 2$$

11. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{(a - 1)^2 + 2} \\ &= \frac{a - 1}{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2} \\ &= \frac{1 + \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 + 2} \\ &= \frac{2 + 2\sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

12. $x = \frac{1}{5-3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① $\frac{130+75\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{130+75\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{130-45\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{130+75\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{120+75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5+3\sqrt{3}}{(5-3\sqrt{3})(5+3\sqrt{3})} = \frac{5+3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5-3\sqrt{3},$$

$$x^2 = \frac{52+30\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{1}{x^2} = 52-30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260-90\sqrt{3}}{4} = \frac{130-45\sqrt{3}}{2}$$

13. $a = \frac{4 - \sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned}4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\&= \left(\frac{8 - 2\sqrt{2}}{3} + \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\&= 4^2 \\&= 16\end{aligned}$$

14. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답:

▷ 정답: $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$