1. 12 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 6$

해설

$12 \times a = b^2$ 에서
$12 = 2^2 \times 3$
$a = 3$
$2^2 \times 3 \times 3 = b^2$
$2^2 \times 3^2 = b^2$
$b = 2 \times 3 = 6$

2. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 $m = 2 \times 3$

$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2$, $n = 2^3 \times 3 = 24$

$m = 6,\ n = 24$

$\therefore m + n = 30$

3. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

4. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 12

해설

12 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

5. x는 $3^7 \times 5^4$ 의 약수 중에서 a^2 의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때, x 값의 개수를 구하여라. (단, a 는 자연수)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12개

해설

$3^7 \times 5^4$ 의 약수 중 (자연수)^2 이 되는 수는
$1,\ 3^2,\ (3^2)^2,\ (3^3)^2,\ 5^2,\ (5^2)^2,\ (3\times5)^2,$
$(3\times5^2)^2,\ (3^2\times5)^2,\ (3^2\times5^2)^2,\ (3^3\times5)^2,$
$(3^3\times5^2)^2$ 이다.
$\therefore$ 12개이다.

6. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 35

▷ 정답: 315

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$
$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2$ 에서
$n = 5 \times 7 \times k^2$ 꼴이므로
n 을 작은 순으로 3 개 써 보면
$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$
$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$
$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$
$\therefore 35,\ 315$

7. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
$7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
2^2, 3^2, 5^2, 7^2 이다.

8. 세 자연수의 비가 $2 : 6 : 8$ 이고 최소공배수가 72 일 때, 세 자연수의 합으로 옳은 것은?

① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

해설

세 자연수의 비가 $2 : 6 : 8$ 이므로 세 자연수는 각각 $2 \times a$, $6 \times a$, $8 \times a$ 로 나타낼 수 있다.
또한 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times a = 72 = 2^3 \times 3^2$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 3$ 이다.
따라서 세 자연수는 각각 $6 = 2 \times 3$, $18 = 6 \times 3$, $24 = 8 \times 3$ 이므로
세 수의 합은 $6 + 18 + 24 = 48$ 이다.

9. $15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수가 180 이라고 할 때 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 180$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

10. 다음을 계산하여라.

(1) $(+4)\times(+3)$

(2) $(-4)\times(-3)$

(3) $(+4)\times(-3)$

(4) $(-4)\times(+3)$

(5) $(-4)\times 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 ,: 12 ,: −12 ,: −12 ,: 0

해설

(1) $(+4)\times(+3)=12$

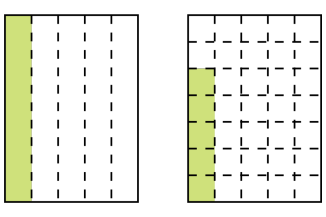
(2) $(-4)\times(-3)=12$

(3) $(+4)\times(-3)=-12$

(4) $(-4)\times(+3)=-12$

(5) $(-4)\times 0=0$

11. 유정이는 마당의 $\frac{1}{5}$ 을 잔디밭으로 만들고, 잔디밭의 $\frac{5}{7}$ 에 연못을 만들었다.



위의 그림에서 연못을 만든 곳은 마당의 몇 분의 몇인지 구하여라.

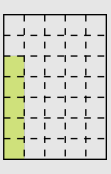
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{7}$

해설

마당의 $\frac{1}{5}$ 이 잔디밭이고 그 잔디밭의 $\frac{5}{7}$ 만큼 연못을 만들었다.

$\frac{1}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{1}{7}$ 이다.



12. 톱니 수가 각각 72 개, 24 개, 60 개인 A, B, C 세 톱니바퀴가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 바퀴가 모두 처음 출발했던 위치대로 다시 맞물리려면 톱니바퀴 C 는 몇 바퀴를 돌아야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 바퀴

▷ 정답 : 6바퀴

해설

$$\begin{array}{r|ccc} 2 & 72 & 24 & 60 \\ 2 & 36 & 12 & 30 \\ 3 & 18 & 6 & 15 \\ 2 & 6 & 2 & 5 \\ & 3 & 1 & 5 \end{array}$$

$2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$

72, 24, 60 의 최소공배수는360 이므로

C 는 $\frac{360}{60} = 6$ (바퀴) 돌아야 한다.

$\therefore$ 6 바퀴

13. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 각각 몇 바퀴 회전한 후인지 구하여라.

▶ 답 : 바퀴

▶ 답 : 바퀴

▷ 정답 : A : 4바퀴

▷ 정답 : B : 3바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore$ A 가 회전한 바퀴 수 : $\frac{144}{36} = 4$ (바퀴), B 가 회전한 바퀴 수 $\frac{144}{48} = 3$ (바퀴)

14. $|a| = 7$, $|b| = 11$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$|7| = |-7| = 7$ 이므로
$a = 7$ 또는 $a = -7$ 이고
$|11| = |-11| = 11$ 이므로
$b = 11$ 또는 $b = -11$ 이다.
따라서 가능한 (a, b) 의 순서쌍은 $(7, 11)$, $(7, -11)$, $(-7, 11)$, $(-7, -11)$ 이다.
각각의 경우, $a - b$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.
(i)$(a, b) = (7, 11)$ 일 때,
$a - b = 7 - 11 = -4$ 이다.
(ii)$(a, b) = (7, -11)$ 일 때,
$a - b = 7 - (-11) = 7 + 11 = 18$ 이다.
(iii)$(a, b) = (-7, 11)$ 일 때,
$a - b = -7 - 11 = -18$ 이다.
(iv)$(a, b) = (-7, -11)$ 일 때,
$a - b = -7 - (-11) = -7 + 11 = 4$ 이다.
따라서, $a - b$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은 $M = 18$, $m = -18$ 이다.
$\therefore M - m = 18 - (-18) = 18 + 18 = 36$

15. $|a|=5$, $|b|=8$ 일 때, $a-b$ 의 값 중 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은?

① -10　② -26　③ 0　④ 26　⑤ 10

해설

$|a|=5$ 이므로 $a=+5,\ -5$

$|b|=8$ 이므로 $b=+8,\ -8$

$a-b$ 의 값은 다음과 같다.

$a=+5,\ b=+8$ 일 때, $(+5)-(+8)=-3$

$a=+5,\ b=-8$ 일 때, $(+5)-(-8)=+13$

$a=-5,\ b=+8$ 일 때, $(-5)-(+8)=-13$

$a=-5,\ b=-8$ 일 때, $(-5)-(-8)=+3$

$\therefore\ M=13,\ m=-13$

$\therefore\ M-m=26$

16. $\frac{1}{2}-\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)+1.125$ 을 풀면?

① 0 ② $\frac{1}{8}$ ③ $-\frac{4}{7}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ -1

해설

(준식)$=\frac{4-6-5+9}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

17. $\frac{1}{56}=\frac{1}{7\times 8}=\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$ 인 성질을 이용하여 다음 계산을 하면?

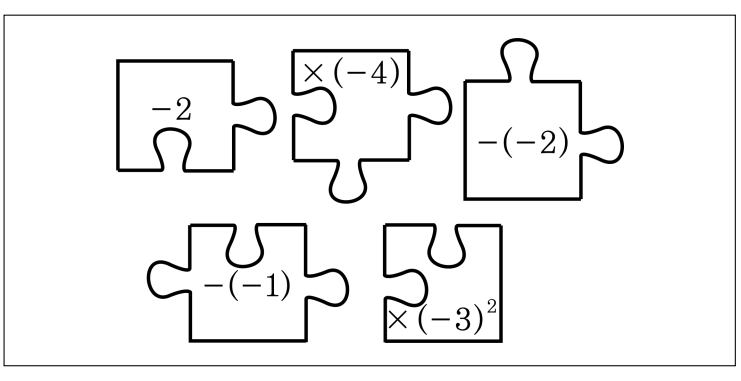
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$$

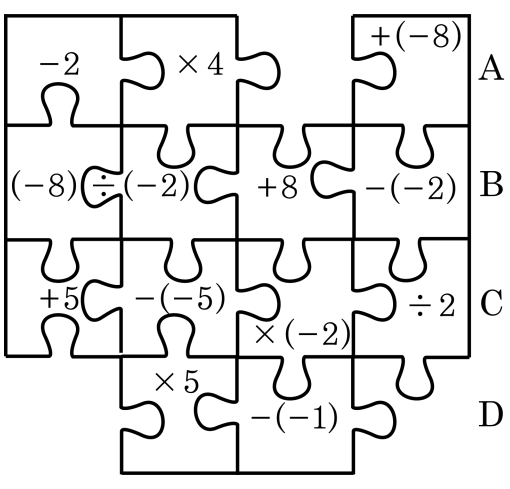
① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$$\begin{aligned}&\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}\\&=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\\&=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}\\&\therefore \frac{5}{6}\end{aligned}$$

18. 5개의 퍼즐을 이용하여 아래 정사각형 모양의 그림을 완성하고, 각 줄에 쓰여진 식을 계산하여 그 결과인 A, B, C, D 의 값을 구하여라.





▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = 24$

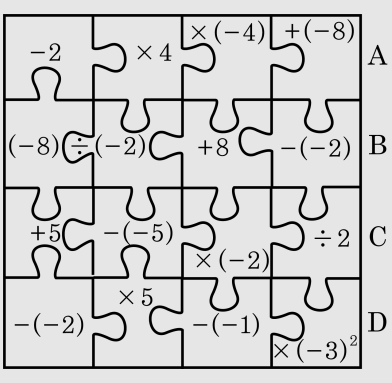
▷ 정답: $B = 14$

▷ 정답: $C = 0$

▷ 정답: $D = 19$

해설

퍼즐 맞추기를 하면 다음과 같은 그림이 된다.



(A) 의 식은 $(-2) \times 4 \times (-4) + (-8) = 24$

(B) 의 식은 $(-8) \div (-2) + 8 - (-2) = 14$

(C) 의 식은 $(+5) - (-5) \times (-2) \div 2 = 0$

(D) 의 식은 $-(-2) \times (+5) - (-1) \times (-3)^2 = 19$

19. $A=\frac{3}{2}-\left(-\frac{7}{4}\right)\times 12,\ B=\frac{20}{3}\times\left\{(-5)^2-\frac{31}{4}\right\}\div 23$ 일 때, $A+B$ 를 구하여라.

① $\frac{45}{2}$ ② $\frac{55}{2}$ ③ 14 ④ $\frac{55}{3}$ ⑤ 20

해설

$A=\frac{3}{2}-(-21)=\frac{3}{2}+21=\frac{45}{2}$,

$B=\frac{20}{3}\times\left(25-\frac{31}{4}\right)\div 23$

$=\frac{20}{3}\times\frac{69}{4}\div 23$

$=\frac{20}{3}\times\frac{69}{4}\times\frac{1}{23}=5$

$\therefore\ A+B=\frac{45}{2}+5=\frac{55}{2}$