

1. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ 일 때, $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$ 가 항상 성립하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 이므로
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$
 $= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \text{㉠}$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.
즉, $-a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$
이므로 $a = 4, b = 1$
 $\therefore a + b = 5$

2. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는 x 값을 대입한다.
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$
 $\therefore x^3 = 1$
준 식의 좌변에 $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$
 $\therefore a = 3$

3. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $(x^2-x+3)f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10 ② 6 ③ 0 ④ 30 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \\ (x^2-x+3)f(x) &= (x+1)Q(x) + R \\ x &= -1 \text{ 대입} \\ \therefore R &= 5f(-1) = 5 \times 2 = 10 \end{aligned}$$

4. 다항식 $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+21$ 를 인수분해 하면?

① $(x^2-x-5)(x^2+x-9)$

② $(x^2-x-5)(x^2-x-9)$

③ $(x^2+x+5)(x^2+x+9)$

④ $(x^2+x-5)(x^2+x-9)$

⑤ $(x^2-x+5)(x^2+x+9)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+21 \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+21\end{aligned}$$

$x^2+x=A$ 로 치환하면,

$$\begin{aligned}(A-2)(A-12)+21 &= A^2-14A+45 \\ &= (A-9)(A-5)\end{aligned}$$

$$\therefore (x^2+x-9)(x^2+x-5)$$

5. 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6 일 때, 두 다항식의 합은?

- ① $2x^2-3x+1$ ② $2x^2-2x-1$ ③ $2x^2+3x-5$
④ $2x^2+2x-4$ ⑤ $2x^2+3x-3$

해설

구하는 다항식을 A, B 라고 하면

$$AB = (x-1)(x^3-2x^2-5x+6)$$

$$= (x-1)^2(x+2)(x-3)$$

A, B 의 최대공약수가 $x-1$ 이므로

$$A = (x-1)(x+2) = x^2+x-2$$

$$B = (x-1)(x-3) = x^2-4x+3$$

$$\therefore A+B = 2x^2-3x+1$$

6. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 5x - 3$ 이고 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

두 다항식을 A, B 라고 하면

$$A + B = (a + b)G, L = abG,$$

즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$$

$$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$$

$$\therefore G = x - 3$$

7. 다음 등식을 만족시키는 실수 x, y 를 구할 때, x^2+y^2 의 값을 구하시오.

$$(1-2xi)(2-yi)=6-2i \text{ (단, } x>0 \text{)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(2-2xy)-(4x+y)i&=6-2i \\ 2-2xy&=6, \ 4x+y=2 \\ \text{연립하여 } x \text{에 대해 정리하면} \\ 2x^2-x-1&=0 \\ (x-1)(2x+1)&=0 \\ \therefore x&=1(x>0), \ y=-2\end{aligned}$$

8. 다음 계산을 하시오.

$$1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-i$

해설

$$\begin{aligned} i^4 &= 1 \text{ 이므로} \\ \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= \frac{1^5}{i} + \frac{1^6}{i} + \frac{1^7}{i} + \frac{1^8}{i} \cdots \\ &= \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= -i - 1 + i + 1 = 0 \\ \therefore (\text{준식}) &= 1 + (0 + 0 + \cdots + 0) + \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} \\ &= 1 - i - 1 = -i \end{aligned}$$

9. x 에 대한 다음 방정식의 두 근의 합은?

$(\sqrt{3} + 1)x^2 + (\sqrt{3} + 1)x - 2\sqrt{3} = 0$

- ① $-\sqrt{3}$
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$((\sqrt{3} + 1)x - 2)(x + \sqrt{3}) = 0$

$\therefore x = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$

$\therefore x = \sqrt{3} - 1 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$

$\therefore \sqrt{3} - 1 + (-\sqrt{3}) = -1$

10. x 에 대한 다항식 $(x^2 + 2x)^2 + 3(x^2 + 2x) - 4$ 를 계수가 복소수인 범위에서 인수분해 한 것은?

① $(x^2 + 2x + 4)(x^2 + 2x - 1)$

② $(x^2 + 2x + 4)(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

③ $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

④ $(x^2 - 2x + 4)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{3}i)(x - 1 + \sqrt{3}i)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

해설

$x^2 + 2x = Y$ 라 하면,

(준식)

$$= Y^2 + 3Y - 4 = (Y - 1)(Y + 4)$$

$$= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 4)$$

$$= (x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

11. 이차함수 $y = x^2 + 2px + q$ 의 그래프가 점 $(-1, 4)$ 를 지나고 x 축에 접하도록 하는 상수 p, q 의 값은?

① $p = -1, q = -1$ 또는 $p = -3, q = -9$

② $p = -1, q = 1$ 또는 $p = -3, q = 9$

③ $p = -1, q = 1$ 또는 $p = 3, q = 9$

④ $p = 1, q = 1$ 또는 $p = -3, q = 9$

⑤ $p = 1, q = 1$ 또는 $p = 3, q = 9$

해설

이차함수 $y = x^2 + 2px + q$ 의 그래프가

점 $(-1, 4)$ 를 지나므로

$$4 = 1 - 2p + q \text{에서}$$

$$2p - q = -3 \cdots \textcircled{1}$$

한편, x 축에 접하므로

$$D/4 = p^2 - q = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$p = -1, q = 1 \text{ 또는 } p = 3, q = 9$$

12. 지상 40m 높이에서 $v\text{m/s}$ 의 속도로 똑바로 위로 쏘아올린 공이 t 초 후에 지면으로부터 $h\text{m}$ 만큼의 높이가 될 때, $h = vt + 40 - 5t^2$ 의 식이 성립한다. 공이 3 초 후에 최고 높이에 도달했을 때, 이 최고 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 85 m

해설

$$h = -5t^2 + vt + 40 = -5\left(t - \frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v^2}{20} + 40$$

이 물체는 $t = \frac{v}{10}$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v^2}{20} + 40$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} = 3$

이므로 $v = 30$ 이다.

따라서 최고 높이는 85m 이다.

13. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로

$(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

14. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만난다. 점 P 의 x 좌표가 -3 일 때, PQ 의 길이는? (단, k 는 상수)

① 5

② $5\sqrt{2}$

③ 7

④ $7\sqrt{2}$

⑤ $7\sqrt{5}$

해설

이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와
직선 $y = x + k$ 가 두 점 P, Q 에서 만나므로
P, Q 의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = x + k$
즉 $x^2 + x - 1 - k = 0 \cdots \textcircled{1}$ 의 두 실근과 같다.
점 P 의 x 좌표가 -3 이므로
 $\textcircled{1}$ 에 $x = -3$ 을 대입하면 $9 - 3 - 1 - k = 0$
 $\therefore k = 5$
 $k = 5$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x + 3)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$
따라서 점 Q 의 x 좌표는 2 이다.
두 점 P, Q 가 직선 $y = x + 5$ 위의 점이므로
 $P(-3, 2), Q(2, 7)$
 $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{50}$
 $= 5\sqrt{2}$

15. 삼차방정식 $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,
 $\frac{\beta + \gamma}{\alpha} + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\gamma}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ -1 ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -2

해설

삼차 방정식의 근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta + \gamma = -2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3, \alpha\beta\gamma = -4$$

$\beta + \gamma = -2 - \alpha, \gamma + \alpha = -2 - \beta, \alpha + \beta = -2 - \gamma$ 를 이용하면

$$(\text{주어진 식}) = \frac{-2 - \alpha}{\alpha} + \frac{-2 - \beta}{\beta} + \frac{-2 - \gamma}{\gamma}$$

$$= -2 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} \right) - 3$$

$$= -2 \left(\frac{\beta\gamma + \alpha\gamma + \alpha\beta}{\alpha\beta\gamma} \right) - 3 = -\frac{3}{2}$$