

1. 두 부등식 $2 < \sqrt{x-3} < 3$, $4 < \sqrt{2x} < 5$ 의 값을 모두 만족하는 정수 x 의 값들을 모두 합하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$2 < \sqrt{x-3} < 3$$

$$4 < x-3 < 9$$

$$7 < x < 12$$

$$x = 8, 9, 10, 11$$

$$4 < \sqrt{2x} < 5$$

$$16 < 2x < 25$$

$$8 < x < 12.5$$

$$x = 9, 10, 11, 12$$

두 부등식을 동시에 만족하는 x 값은 9, 10, 11

$$\therefore 9 + 10 + 11 = 30$$

2. $\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인지 구하여라.



답 :

개



정답 : 6개

해설

$$\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250} \rightarrow 7.5 < x < 125$$

$\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되려면

$x = 2 \times k^2$ (k 는 자연수) 이어 한다.

$$k^2 = 4 \text{ 일 때, } x = 2 \times 4 = 8$$

$$k^2 = 9 \text{ 일 때, } x = 2 \times 9 = 18$$

$$k^2 = 16 \text{ 일 때, } x = 2 \times 16 = 32$$

$$k^2 = 25 \text{ 일 때, } x = 2 \times 25 = 50$$

$$k^2 = 36 \text{ 일 때, } x = 2 \times 36 = 72$$

$$k^2 = 49 \text{ 일 때, } x = 2 \times 49 = 98 \text{ 이다.}$$

3. 다음 세 실수 $a = 3\sqrt{2}-2$, $b = 2\sqrt{3}-2$, $c = 2$ 의 대소를 비교하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $b < c < a$

해설

$$a = \sqrt{18} - 2, b = \sqrt{12} - 2, c = 2$$

$$a - c = \sqrt{18} - 2 - 2 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

$$\therefore a > c$$

$$c - b = 2 - (\sqrt{12} - 2) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore c > b$$

$$\therefore a > c > b$$

4. $A = 5\sqrt{2} - 2$, $B = 3\sqrt{2} + 1$, $C = 4\sqrt{3} - 2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $A > B > C$

② $A > C > B$

③ $B > A > C$

④ $B > C > A$

⑤ $C > A > B$

해설

$$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0 \text{ 이므로 } A < B$$

$$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } A > C$$

$\therefore B > A > C$ 이다.

5. x 와 y 사이에는 $y - x = \frac{1}{x}$ 의 식이 성립한다. $x = \sqrt{7}$ 일 때, y 를 x 로
바르게 표현한 것은?

① $\frac{3}{2}x$

② $\frac{7}{8}x$

③ $\frac{8}{7}x$

④ $2x$

⑤ $3x$

해설

$$y = x + \frac{1}{x} = \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{8}{7}\sqrt{7} = \frac{8}{7}x$$

6. a, b 가 유리수일 때, $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = a + b\sqrt{3}$ 에서 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 5$

해설

$2 - \sqrt{3} > 0, 1 - \sqrt{3} < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} &= |2 - \sqrt{3}| - |1 - \sqrt{3}| \\ &= 2 - \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} \\ &= 3 - 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$3 - 2\sqrt{3} = a + b\sqrt{3}$ 이므로

$$a = 3, b = -2$$

$$\therefore a - b = 3 - (-2) = 5$$

7. 다음을 치환을 이용하여 인수분해하여라.

보기

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$A = \sqrt{3} + \sqrt{2}, B = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

(준식)

$$= A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$= (2\sqrt{3})(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{6}$$

8. $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수를 모두 찾으시오.

㉠ $x - 1$

㉡ $x + 1$

㉢ $x - 2$

㉤ $x + 2$

㉥ $x - 4$

㉦ $x + 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

$x^2 + 3x = A$ 라고 하자.

$$(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$$

$$= (A + 3)(A - 5) + 7$$

$$= A^2 - 2A - 15 + 7$$

$$= A^2 - 2A - 8$$

$$= (A + 2)(A - 4)$$

$$= (x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x - 4)$$

$$= (x + 1)(x + 2)(x - 1)(x + 4)$$

따라서 $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수는 $x + 1, x + 2, x - 1, x + 4$ 이다.

9. $4x^2 - 24xy + 36y^2 - 16$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4x - 12y$

해설

$$(\text{준식}) = 4(x^2 - 6xy + 9y^2) - 16$$

$$= 4(x - 3y)^2 - 16$$

$$= (2x - 6y + 4)(2x - 6y - 4)$$

$$\therefore (2x - 6y + 4) + (2x - 6y - 4) = 4x - 12y$$

10. $a^2 - b^2 - 2b - 1$ 이 a 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 합은?

① $2(a - b)$

② $2a - 2$

③ a

④ $2a$

⑤ $a + 2b + 1$

해설

$$\begin{aligned}a^2 - b^2 - 2b - 1 &= a^2 - (b^2 + 2b + 1) \\&= a^2 - (b + 1)^2 \\&= (a + b + 1)(a - b - 1)\end{aligned}$$

따라서 세 항의 합은

$$(a + b + 1) + (a - b - 1) = 2a \text{ 이다.}$$

11. 다음 빈 칸에 들어갈 수가 가장 큰 것부터 차례대로 써라.

보기

$$\textcircled{㉠} 3x^2 - 2x - 8 = (x + A)(Bx + 4)$$

$$\textcircled{㉡} 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x - D)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : C

▷ 정답 : B

▷ 정답 : A

▷ 정답 : D

해설

$$\textcircled{㉠} 3x^2 - 2x - 8 = (x - 2)(3x + 4)$$

$$\therefore A = -2, B = 3$$

$$\textcircled{㉡} 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$$

$$\therefore C = 4, D = -3$$

$A = -2, B = 3, D = -3, C = 4$ 이므로 가장 큰 것부터 차례대로 쓰면 C, B, A, D 이다.

12. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 83

해설

$$(x + 7)(12x - 1) = 12x^2 + 83x - 7$$