

1. $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{9}{12}$ 중 유한소수인 것은 모두 몇 개인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2 나 5 뿐이어야 하므로
 $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{5}{8}, \frac{9}{12}$ 의 5개이다.

2. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$
분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2
2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$
∴ 10개

3. A 가 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$ 일 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

유한소수를 기약분수로 나타내려면 분모의 소인수가 2나 5
뿐이어야 한다.
분모의 소인수가 2나 5가 되려면 x 값은 1, 2, 4, 5, 8, 10 이
된다.

4. 분수 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로
① 2^x 꼴인 경우 : 6가지
② 5^y 꼴인 경우 : 2가지
③ $2^x \times 5^y$ 에서
㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지
㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1, 2$ 의 2가지
따라서 무한소수가 아닌 수는 1을 포함하여 15개
∴ 85개

5. $\frac{51}{90}$ 에 어떤 자연수 A 를 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, A 의 값이 될 수 없는것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 6

② 5

③ 9

④ 15

⑤ 17

해설

$$\frac{51}{90} = \frac{17}{30} = \frac{17}{2 \times 3 \times 5}$$

$\frac{17}{2 \times 3 \times 5} \times A$ 가 유한소수가 되려면 3이 약분되어야 하므로 A 는 3의 배수이어야 한다.

5와 17은 3의 배수가 아니므로 유한소수가 될 수 없다.

6. 분수 $\frac{a}{2^3 \times 5 \times 7}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 두 자리의 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 7}$ 에서 a 는 7의 배수이어야 하므로 두 자리 자연수 중 가장 작은 수는 14이다.

7. 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = 0.03333\cdots, \frac{7}{9} = 0.7777\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

8. $x = \frac{5}{6}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내려고 한다. 이때,

순환마디의 각 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}} \\&= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\&= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

x 의 값을 대입하면

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{\frac{11}{5}} = \frac{5}{6} + \frac{5}{11} = \frac{85}{66} = 1.2878787 \dots$$

따라서 순환마디는 87이므로
각 수의 합은 $8 + 7 = 15$ 이다.

9. $x = 1.\dot{8}2$ 를 분수로 나타내기 위한 가장 편리한 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - x$

④ $100x - 10x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$x = 1.\dot{8}2 \text{ 에서}$$

$$x = 1.82828282 \dots$$

$$100x = 182.8282828 \dots$$

등식의 성질에 의해 $100x - x = 181$ 이와 같이 해야 소수점 이하 부분이 없어진다.

10. 순환소수 $0.4\dot{6}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3

② 5

③ 15

④ 40

⑤ 99

해설

$$0.4\dot{6} = \frac{46 - 4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

따라서 A 는 15의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 있는 것은 15이다.

11. 분수 $\frac{7}{13}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 50번째 자리의 수를 a , 106번째 자리의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 7 ② 10 ③ 11 ④ 14 ⑤ 18

해설

$\frac{7}{13} = 0.538461$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로 $a = 3$

$106 = 6 \times 17 + 4$ 이므로 $b = 4$

$\therefore a + b = 7$

12. 음이 아닌 한 자리의 정수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 에 대하여 $\frac{13}{7} = a_1 + \frac{a_2}{10} + \frac{a_3}{10^2} + \dots + \frac{a_n}{10^{n-1}} + \dots$ 일 때, $a_4 + a_{10} + a_{16} + a_{22} + \dots + a_{58} + a_{64}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 77

해설

$\frac{13}{7} = 1.85714\dot{2}$ 이므로 $a_1 = 1$ 이고 $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 은 순서대로 소수점 아래 순환마디 8, 5, 7, 1, 4, 2 이다.
따라서 $a_4 = a_{10} = a_{16} = \dots = a_{64} = 7$ 이고, $64 = 6 \times 11 + 2$ 이므로
 $a_4 + a_{10} + a_{16} + a_{22} + \dots + a_{58} + a_{64} = 7 \times 11 = 77$

13. 분수 $\frac{8}{7}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자부터 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 447

해설

$\frac{8}{7} = 1.\dot{1}4285\dot{7}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 $(1+4+2+8+5+7) \times 16 + (1+4+2+8) = 447$

14. 순환소수 $1.13\dot{5}07\dot{2}$ 에서 소수점 아래 60번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

(1) 단계
 $1.13\dot{5}07\dot{2}$ 는 소수 셋째 자리부터 순환마디가 시작되고 순환마디의 숫자는 4(개)이다.

(2) 단계
따라서 $60 - 2 = 58$ 를 4으로 나누면 나머지가 2이므로 소수점 아래 60번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 자리의 숫자와 같다.

(3) 단계
 $\therefore$ (소수점아래60번째 자리의숫자) = 0

15. 다음 안에 >, <, = 중 알맞은 기호를 써 넣어라.

$$\frac{7}{2} \quad \square \quad 3.4\dot{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : =

해설

$$3.4\dot{9} = \frac{349 - 34}{90} = \frac{315}{90} = \frac{7}{2} \text{ 이므로}$$

안에는 = 가 들어가야 한다.

16. 다음 수 중에서 가장 큰 수는?

- ① $3.4\dot{9}$ ② $3.\dot{4}9$ ③ $3.\dot{5}$ ④ $3.\dot{5}0\dot{9}$ ⑤ $3.\dot{5}\dot{4}$

해설

- ① $3.499999\cdots$
② $3.494949\cdots$
③ $3.555555\cdots$
④ $3.509509\cdots$
⑤ $3.545454\cdots$

17. 다음 보기의 수를 작은 수부터 차례대로 나열한 것은?

보기

㉠ 0.072	㉡ 0.07 $\bar{2}$
㉢ 0.07 $\dot{2}$	㉣ 0.0 $\dot{7}\bar{2}$

- ① ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉢
- ② ㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣
- ③ ㉡ → ㉠ → ㉢ → ㉣
- ④ ㉢ → ㉣ → ㉡ → ㉠
- ⑤ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠

해설

㉠ 0.072
㉡ 0.072222...
㉢ 0.0727272...
㉣ 0.072072...
이므로 ㉠ > ㉣ > ㉡ > ㉢이다.

18. 한 자리의 자연수 a 에 대하여 두 순환소수 $0.0\dot{a}$ 와 $0.\dot{5}$ 의 합이 $\frac{3}{5}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$0.0\dot{a} + 0.\dot{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{a}{90} + \frac{5}{9} = \frac{3}{5}, \frac{a}{90} + \frac{50}{90} = \frac{54}{90}, a + 50 = 54$$

$$\therefore a = 4$$

19. 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$, $0.\dot{b}\dot{a}$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{10a + b + 10b + a}{99} = \frac{11a + 11b}{99} = \frac{a + b}{9}$$
$$= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}$$

$$\therefore a + b = 3$$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = -1$$

20. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 은우는 분자를 잘못 보아서
답이 $0.00\dot{1}$ 이 되었고, 성재는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{0}2$ 가 되었
다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{1}{90}$
- ② $\frac{1}{99}$
- ③ $\frac{1}{999}$
- ④ $\frac{101}{990}$
- ⑤ $\frac{101}{999}$

해설

은우 : $0.00\dot{1} = \frac{1}{999}$,
성재 : $0.1\dot{0}2 = \frac{102-1}{990} = \frac{101}{990}$
따라서 처음의 기약분수는
 $\frac{(\text{성재가 본 분자})}{(\text{은우가 본 분모})} = \frac{101}{999} = A$ 이다.

21. $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중에서 분모가 30 일 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 분자의 자연수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 30 인 수는 $\frac{11}{30}$ 부터 $\frac{17}{30}$ 까지이다.

$$\left(\frac{10}{30} < x < \frac{18}{30}\right)$$

유한소수는 분모의 소인수가 2 나 5가 되어야 하므로, $\frac{\square}{2 \times 3 \times 5}$

에서 $\square$ 는 3의 배수가 되어야 한다. 따라서, 위 조건을 만족하는

수는 $\frac{12}{30}$, $\frac{15}{30}$ 가 되므로 두 수의 합은 27이 된다.

22. $\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 를 소수로 나타내면 무한소수일 때, 순서쌍 (a, b) 의 갯수를 구하여라.
(단, a, b 는 자연수이고, $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 10$)

▶ 답: 개

▷ 정답 : 23개

해설

$\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 에서 분모에 2나 5이외의 수가 존재하면 되므로 순서쌍 (a, b) 의 갯수를 구하면 23개이다.

23. $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내면?

- ① $1.\dot{6}$ ② $1.0\dot{6}$ ③ $1.\dot{0}\dot{6}$ ④ $1.\dot{6}\dot{6}$ ⑤ $1.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\&= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

$$x \text{의 값을 대입하면 } \frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{16}{15}$$

따라서 $x = \frac{16}{15} = 1.06666\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $1.0\dot{6}$ 이다.

24. 부등식 $3.9 < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9

② 11

③ 13

④ 18

⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

25. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수가 된다. 곱하는 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$0.3\dot{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{35}{90}$ 에서 $\frac{7}{2 \times 3^2} \times x$ 가 유한소수가 되기 위해서는 x 가 9 의 배수이므로 9 의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는 99

26. 분수 $\frac{x}{132}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{y}$ 이 되고 소수로 나타내면 유한 소수가 된다. 이때, $x + y$ 의 값은? ($y > 2$)

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$$\frac{x}{132} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{y} \text{ 에서 } x = 33 \text{ 이다.}$$

약분하면 $y = 4$ 이다.

$x + y = 37$ 이다.

27. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 순환소수는 무한소수이다.
- ② 0 은 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수가 된다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수로 나타낼 수 없다.
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수이다.

해설

- ② $0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \dots$ 등 분수로 표현할 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\dots$
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

28. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.38461\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개
 $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로
 $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5) \times 8 + (3 + 8) = 227$