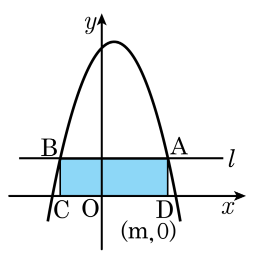
1. $y=-x^2+x+6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은? $\left(\frac{1}{2}<m<3\right)$



① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ 10 ④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y=-x^2+x+6=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m,\ -m^2+m+6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m-\frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2+m+6$

(□ABCD둘레의 길이)

$=2\left\{2\left(\mathrm{m}-\frac{1}{2}\right)-\mathrm{m}^2+\mathrm{m}+6\right\}$

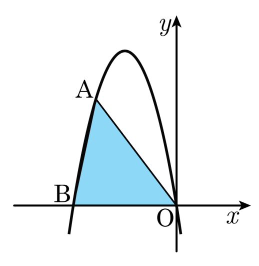
$=2(2\mathrm{m}-1-\mathrm{m}^2+\mathrm{m}+6)$

$=2(-\mathrm{m}^2+3\mathrm{m}+5)$

$=-2\left(\mathrm{m}-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{29}{2}$

$m=\frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

2. 다음 그림은 축의 방정식이 $x=-3$ 인 이차함수 $y=-x^2+bx+c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle$OAB 의 넓이의 최댓값은?



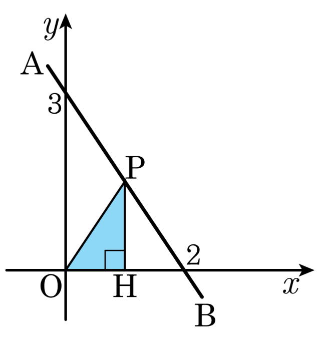
① 18 ② 27 ③ 36

④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x=-3$ 이므로 B 의 좌표는$(-6,\ 0)$ 이다.
따라서 $y=-x^2+bx+c$ 가 두 점
$(0,\ 0),\ (-6,\ 0)$ 을 지나므로,
$0=c,\ 0=-36-6b$
$b=-6,\ c=0$
$y=-x^2-6x=-(x+3)^2+9$
$\triangle$OAB 에서 밑변의 길이를 $\overline{\mathrm{OB}}$ 라
고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle$OAB 의
넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 9)$ 이므로
$\triangle$OAB 의 넓이$=\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OB}}\times 9=\dfrac{1}{2}\times 6\times 9=27$

3. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, △POH 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 를 지나는 직선은 두 점 (0, 3) , (2, 0) 을 지나므로

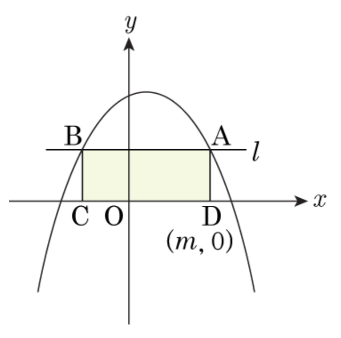
$y = -\frac{3}{2}x + 3$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned} \triangle \mathrm{POH} &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a-1)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

4. $y=-x^2+x+6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은?$(\frac{1}{2}<m<3)$



① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ 10
④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y=-x^2+x+6=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m,\ -m^2+m+6)$ 이다.

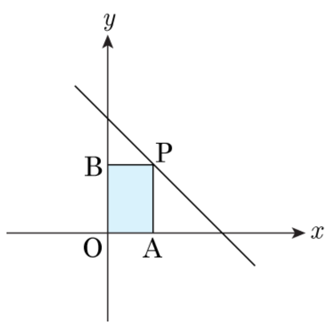
직사각형의 가로의 길이는 $2(m-\frac{1}{2})$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2+m+6$

$$
\begin{aligned}
(\square\text{ABCD둘레의 길이}) &= 2\{2(m-\tfrac{1}{2})-m^2+m+6\} \\
&= 2(2m-1-m^2+m+6) \\
&= 2(-m^2+3m+5) \\
&= -2(m-\tfrac{3}{2})^2+\tfrac{29}{2}
\end{aligned}
$$

$m=\frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x+4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

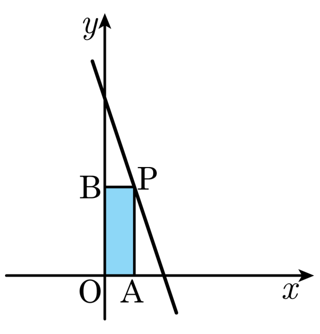
해설

A 의 좌표를 $(t,\ 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는 $(t,\ -t+4)$ 이고 B 의 좌표는$(0,\ -t+4)$

$\therefore \square OAPB = t \times (-t+4) = -t^2 + 4t = -(t-2)^2 + 4$

$t = 2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4

6. 다음 그림과 같이 일차함수 $y=-x+4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를 $(t,\ 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는
$(t,\ -t+4)$ 이고 B 의 좌표는$(0,\ -t+4)$
$\therefore \square\mathrm{OAPB}=t\times(-t+4)=-t^2+4t=-(t-2)^2+4$
$t=2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4