

1. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + c$ 를 $x+2$ 로 나누면 3이 남고, $x^2 - 1$ 로 나누면 떨어진다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned}x^3 + ax^2 + bx + c &= (x+2)Q_1(x) + 3 \\ &= (x+1)(x-1)Q_2(x)\end{aligned}$$

$$f(-2) = 3 \quad f(1) = 0 \quad f(-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ 대입, } -8 + 4a - 2b + c = 3$$

$$x = -1 \text{ 대입, } -1 + a - b + c = 0$$

$$x = 1 \text{ 대입, } 1 + a + b + c = 0$$

세 식을 연립해서 구하면

$$a = 3, b = -1, c = -3$$

$$\therefore abc = 9$$

2. x 에 대한 다항식 $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x + 2)(x - 1)Q(x) \end{aligned}$$

인수정리에 의해 $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

3. 다항식 $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가 $x + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $2a - b$ 의 값은?

① 28

② 12

③ 6

④ -4

⑤ -12

해설

준식을 $f(x)$ 라 하면 $f(-2) = 0$ 이므로

$-16 + 12 - 2a + b = 0$ 에서 $2a - b = -4$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}$ 의 값은?
(단, $\alpha > \beta$)

① $-\sqrt{13}$

② $-\sqrt{5}$

③ -1

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{13}$

해설

근과 계수의 관계에서 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -1$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 9 + 4 = 13$$

$$\therefore \alpha - \beta = \sqrt{13} \quad (\because \alpha > \beta)$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} = \frac{\beta - \alpha}{\alpha\beta} = \frac{-\sqrt{13}}{-1} = \sqrt{13}$$

5. 이차방정식 $x^2 + kx + k - 1 = 0$ 의 한 근이 다른 한 근의 3배가 되도록 하는 상수 k 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

한 근이 다른 한 근의 3배이므로 두 근을 α , 3α 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + 3\alpha = -k \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$\alpha \cdot 3\alpha = k - 1 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠에서 $\alpha = -\frac{k}{4}$ 이것을 ㉡에 대입하면

$$3\left(-\frac{k}{4}\right)^2 = k - 1, \quad 3k^2 - 16k + 16 = 0, \quad (3k - 4)(k - 4) = 0$$

$$\therefore k = 4$$

해설

6. $x^2 - 2x + 7 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때 $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ 을 계산하면?

① $-\frac{3}{49}$

② $-\frac{10}{49}$

③ $-\frac{10}{7}$

④ 10

⑤ 20

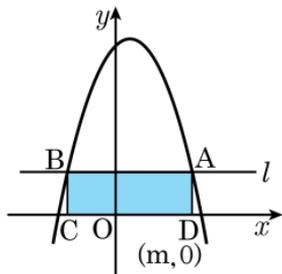
해설

근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 7$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{(\alpha\beta)^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} \\ &= -\frac{10}{49}\end{aligned}$$

7. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은? ($\frac{1}{2} < m < 3$)



- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ 10 ④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로 길이는 $-m^2 + m + 6$
($\square ABCD$ 둘레의 길이)

$$= 2\left\{2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right\}$$

$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A, B, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

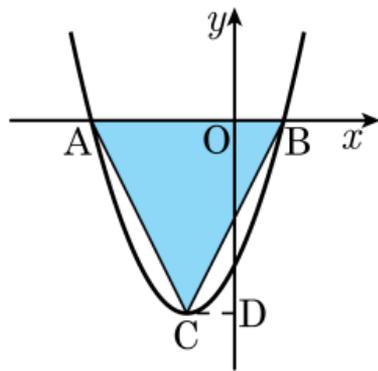
① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10



해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

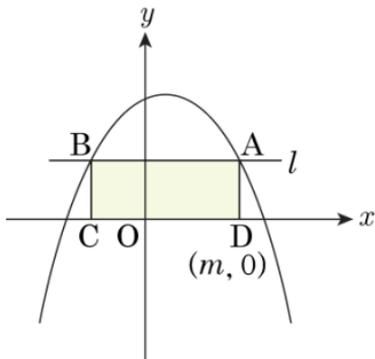
꼭짓점 $C(-1, -4)$

$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로

$A(-3, 0)$, $B(1, 0)$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

9. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점 D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은? ($\frac{1}{2} < m < 3$)



- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ 10
 ④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로 길이는 $2(m - \frac{1}{2})$ 이고,

직사각형의 세로 길이는 $-m^2 + m + 6$

$$\begin{aligned}
 (\square ABCD \text{ 둘레의 길이}) &= 2\{2(m - \frac{1}{2}) - m^2 + m + 6\} \\
 &= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6) \\
 &= 2(-m^2 + 3m + 5) \\
 &= -2(m - \frac{3}{2})^2 + \frac{29}{2}
 \end{aligned}$$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.