

1.  $a$ 가 120과 210 사이의 수일 때,  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}}$ 가 정수가 되도록 하는  $a$ 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 147

▷ 정답 : 192

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = b$  ( $b$ 는 정수)이므로  $a = 3b^2$ 의 꼴이면 된다.  $120 < 3b^2 < 210$   
 $40 < b^2 < 70$   
 $b = 7, 8$   
 $\therefore a = 3 \times 7 \times 7 = 147$  또는  $a = 3 \times 8 \times 8 = 192$

2.  $\sqrt{126x}$  가 정수가 되기 위한 자연수  $x$ 의 값 중에서 두 번째로 작은 수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$\sqrt{126x} = \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 7 \times x}$$

$$x = 14a^2$$

$$a = 2 \text{ 일 때, } x = 14 \times 2^2$$

$$\therefore x = 56$$

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이거나 순환소수이다.
- ② 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 무리수이다.
- ④ 무한소수는 무리수이다.
- ⑤ 무한소수는 순환소수이다.

**해설**

유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.  
무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

4. 다음 중 옳은 것은?

- ① 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ② 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ③ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ④ 모든 수  $a$ 에 대하여  $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤  $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ②  $\sqrt{1} = 1$
- ③ 1의 제곱근은  $\pm 1$ 이다.
- ④  $a > 0$ 이면  $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤  $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로  $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

5.  $12\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y\right)$  를 전개하면?

①  $\frac{4}{3}x^2 - 12xy + \frac{3}{4}y^2$

②  $\frac{4}{3}x^2 - 6xy - \frac{3}{4}y^2$

③  $\frac{4}{3}x^2 + 12xy + \frac{3}{4}y^2$

④  $\frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2$

⑤  $\frac{3}{4}x^2 + \frac{4}{3}y^2$

해설

$$\begin{aligned} 12\left\{\left(\frac{1}{3}x\right)^2 - \left(\frac{1}{4}y\right)^2\right\} &= 12\left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{16}y^2\right) \\ &= \frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2 \end{aligned}$$

6.  $(-2x + 5y)(2x + 5y) - \left(\frac{1}{3}x + 2y\right)\left(\frac{1}{3}x - 2y\right)$  를 간단히 하면?

- ①  $-\frac{4}{9}x^2 + 29y^2$       ②  $-\frac{4}{9}x^2 + 16y^2$       ③  $-\frac{4}{3}x^2 + 25y^2$   
④  $-\frac{37}{9}x^2 + 25y^2$       ⑤  $-\frac{37}{9}x^2 + 29y^2$

해설

$$\begin{aligned} & -(2x)^2 + (5y)^2 - \left\{ \left(\frac{1}{3}x\right)^2 - (2y)^2 \right\} \\ & = -4x^2 + 25y^2 - \frac{1}{9}x^2 + 4y^2 \\ & = -\frac{37}{9}x^2 + 29y^2 \end{aligned}$$

7.  $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$  에서  $a-b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$(2-1)$  을 곱한다.

$2-1=1$  이므로 식의 값에 변화없다.

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1$$

$$\therefore a = 16, b = -1$$

$$\therefore a - b = 16 - (-1) = 17$$

8.  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  을 이용하여 계산하기 가장 알맞은 것은?

①  $18 \times 22$

②  $51 \times 52$

③  $99^2$

④  $302 \times 403$

⑤  $103^2$

해설

①  $18 \times 22 = (20 - 2)(20 + 2)$

②  $51 \times 52 = (50 + 1)(50 + 2)$

③  $99^2 = (100 - 1)^2$

④  $302 \times 403 = (3 \times 100 + 2)(4 \times 100 + 3)$

⑤  $103^2 = (100 + 3)^2$

9. 다음  $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$  을 인수분해하면?

①  $(x^2+3x+6)^2$     ②  $(x^2+3x-1)^2$     ③  $(x^2-3x+3)^2$

④  $(x^2-5x+3)^2$     ⑤  $(x^2+3x+1)^2$

해설

$$(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$$

$$x^2+3x=A \text{ 라 하면}$$

$$A(A+2)+1 = A^2+2A+1 = (A+1)^2$$

$$= (x^2+3x+1)^2$$

10. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수  $a$  의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + a$$

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 16$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5) + a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15) + a\end{aligned}$$

$x^2+8x=A$  로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15) + a \\ &= A^2 + 22A + 105 + a \\ &= (A+11)^2 = (x^2+8x+11)^2\end{aligned}$$

$$11^2 = 105 + a$$

$$\therefore a = 16$$

11.  $a^2 + 2ab + b^2 - a - b$ 를 인수분해하면?

①  $(a+b)(a+b+1)$

②  $(a-b)(a+b-1)$

③  $(a-b)(a-b-2)$

④  $(a+b)(a+b-1)$

⑤  $(a+b)(a+b-2)$

해설

$$(a+b)^2 - (a+b) = (a+b)(a+b-1)$$

12.  $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$  을 인수분해하면  $(ax + by + c)(x + y + 4)$  일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= (x - (y - 2))(x + (y + 4)) \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ \therefore & a = 1, b = -1, c = 2 \\ \therefore & a + b + c = 2 \end{aligned}$$

13.  $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$  일 때,  $x^2 - \frac{1}{x^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{5-4}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}-2 \\ x + \frac{1}{x} &= 2\sqrt{5}, x - \frac{1}{x} = 4 \text{ 이므로} \\ x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= 2\sqrt{5} \times 4 \\ &= 8\sqrt{5}\end{aligned}$$

14.  $x = -1 + \sqrt{3}$  일 때,  $4x^2 + 8x + 4$  의 값을 구하면?

- ① 10      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x + 1 &= \sqrt{3} \text{ 이므로} \\4x^2 + 8x + 4 &= 4(x^2 + 2x + 1) \\&= 4(x + 1)^2 \\&= 4(\sqrt{3})^2 \\&= 12\end{aligned}$$

15. 다음 계산 중 옳은 것은?

- ①  $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 8 + 3\sqrt{2}$   
 ②  $\sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$   
 ③  $(\sqrt{63} - \sqrt{35}) \div \sqrt{7} = 2 - \sqrt{5}$   
 ④  $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{5\sqrt{6}}{6}$   
 ⑤  $\frac{12 + 3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

해설

①  $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$   
 $= \frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{3} + \frac{4 - 2\sqrt{6}}{2}$   
 $= 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{6}) = 8 - 3\sqrt{6}$   
 ②  $\sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3})$   
 $= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$   
 ③  $(\sqrt{63} - \sqrt{35}) \div \sqrt{7} = \frac{\sqrt{63} - \sqrt{35}}{\sqrt{7}}$   
 $= \sqrt{9} - \sqrt{5} = 3 - \sqrt{5}$   
 ④  $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$   
 $= \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$   
 $= \left(\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2} + 1\right) + \left(\frac{2\sqrt{6}}{3} - 1\right)$   
 $= \left(\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) + (1 - 1) = \frac{7\sqrt{6}}{6}$   
 ⑤  $\frac{12 + 3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(12 + 3\sqrt{6})}{3}$   
 $= \frac{12\sqrt{3} + 9\sqrt{2}}{3} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

16.  $\sqrt{x}$  이하의 자연수의 개수를  $N(x)$  라고 하면  $2 < \sqrt{5} < 3$  이므로  $N(5) = 2$  이다. 이 때,  $N(1) + N(2) + N(3) + \dots + N(10)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$  이므로

$N(1) = N(2) = N(3) = 1$

$N(4) = N(5) = \dots = N(8) = 2$

$N(9) = N(10) = 3$

$\therefore N(1) + N(2) + N(3) + \dots + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

17.  $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$  을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\ &\quad + (18-22)(18+22) \\ &\quad + (26-30)(26+30) \\ &= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\ &= -4 \times 4 \times 32 \\ &= -512\end{aligned}$$

18.  $\frac{2009^3 + 1}{2008 \times 2009 + 1}$  을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2010

해설

2009 =  $x$  라 하면

$$\begin{aligned} \frac{x^3 + 1}{(x-1) \times x + 1} &= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= x + 1 = 2009 + 1 = 2010 \end{aligned}$$