

1. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.

$2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1$$

$$\therefore a = 16, b = -1$$

$$\therefore a - b = 16 - (-1) = 17$$

2. 비례식 $\left(2x + \frac{2}{3}y\right) : (x - y) = 2 : 3$ 을 y 에 관하여 풀면?

① $y = 2x$

② $y = -2x$

③ $y = x$

④ $y = -x$

⑤ $y = \frac{1}{2}x$

해설

$$2(x - y) = 3 \left(2x + \frac{2}{3}y \right)$$

$$2x - 2y = 6x + 2y, \quad -4y = 4x$$

$$\therefore y = -x$$

3. $x^2 + px + q$ 가 완전제곱식이 되기 위한 p, q 의 관계식은?

① $q = \frac{p}{2}$

② $q = \frac{p^2}{2}$

③ $q = -\frac{p}{2}$

④ $q = -\left(\frac{p}{2}\right)^2$

⑤ $q = \left(\frac{p}{2}\right)^2$

해설

이차항의 계수가 1 일 때, 일차항의 계수의 절반의 제곱이 상수항이 되어야 완전제곱식이 된다.

따라서 $q = \left(\frac{p}{2}\right)^2$ 이다.

4. 완전제곱식으로 인수분해되는 x 에 관한 이차식 $(x+a-7)(x-2a+8)$ 을 완전제곱식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(x-2)^2$

해설

$(x+a-7)(x-2a+8)$ 이 완전제곱식으로 인수분해되므로 $a-7 = -2a+8$

따라서 $3a = 15$, 즉 $a = 5$ 이다.

$\therefore (x-2)^2$

5. $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\&= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{5}-2}{1} = \sqrt{5}-2\end{aligned}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{5}, x - \frac{1}{x} = 4 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \\&= 2\sqrt{5} \times 4 \\&= 8\sqrt{5}\end{aligned}$$

6. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ 일 때, $2x + \frac{2}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\pm 4\sqrt{2}$

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$= 6 + 2$$

$$= 8$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm 2\sqrt{2}$$

$$2x + \frac{2}{x} = 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2 \times (\pm 2\sqrt{2}) = \pm 4\sqrt{2}$$