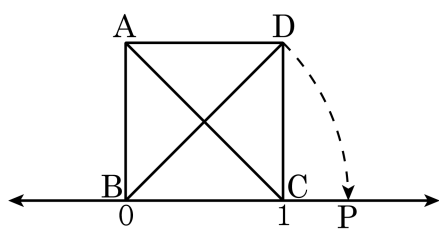


1. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형일 때, 수직선 위의 점 P 에 대응하는 수는?



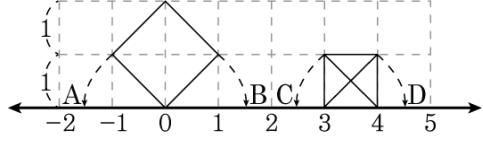
- ① $\sqrt{2} - 1$ ② $1 - \sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2} + 1$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{2}$$

점 P 는 점 B 를 기준으로 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이므로 $0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$ 이다.

2. 다음 수직선에 대응하는 점 A, B, C, D 의 좌표를 말하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A ($-\sqrt{2}$)

▷ 정답 : B ($\sqrt{2}$)

▷ 정답 : C ($4 - \sqrt{2}$)

▷ 정답 : D ($3 + \sqrt{2}$)

해설

A, B 와 만나게 되는 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로
 $A(-\sqrt{2})$, $B(\sqrt{2})$ 이고,
C, D 와 만나게 되는 정사각형의 대각선의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로
 $C(4 - \sqrt{2})$, $D(3 + \sqrt{2})$ 이다.

3. a 가 120과 210 사이의 수일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}}$ 가 정수가 되도록 하는 a 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 147

▷ 정답 : 192

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = b$ (b 는 정수)이므로 $a = 3b^2$ 의 꼴이면 된다. $120 <$

$$3b^2 < 210$$

$$40 < b^2 < 70$$

$$b = 7, 8$$

$$\therefore a = 3 \times 7 \times 7 = 147 \text{ 또는 } a = 3 \times 8 \times 8 = 192$$

4. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$
 $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면
 $a = 21 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.
 $21 \times 4 = 84, 21 \times 9 = 189, \dots$
 $21 \times 25 = 525, 21 \times 36 = 756$
 $\therefore 756 - 189 = 567$

5. 다음 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이거나 순환소수이다.
- ② 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 무리수이다.
- ④ 무한소수는 무리수이다.
- ⑤ 무한소수는 순환소수이다.

해설

유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

6. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 유한소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ 무한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 모든 양수는 2 개의 무리수 제곱근을 갖는다.
- ㉤ 제곱근 4 는 ± 2 이다.
- ㉥ x 가 a 의 제곱근이면 $x^2 = a$ 이다.
- ㉦ 실수 중에서 유리수가 아닌 수는 모두 무리수이다.
- ㉧ a 가 자연수일 때, $\sqrt{a}$ 가 무리수인 경우가 있다.
- ㉨ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

▶ 정답 : ㉦

▶ 정답 : ㉨

해설

- ㉠ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 순환소수와 비순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 모든 양수가 2 개의 ‘무리수’ 제곱근을 갖는 것은 아니다.
예) 양수 4 는 2 개의 유리수 제곱근 (± 2)을 갖는다.
- ㉣ $\sqrt{4} = 2$
- ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만 6 은 소수가 아니다.

7. 다음에서 $a - b$ 의 값을 구하면?

$$\sqrt{1.08} = a\sqrt{3}, \sqrt{\frac{20}{49}} = b\sqrt{5}$$

- ① $\frac{1}{5}$
- ② $\frac{1}{10}$
- ③ $\frac{11}{35}$
- ④ $\frac{22}{35}$
- ⑤ $\frac{31}{35}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{1.08} &= \sqrt{\frac{108}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^3}{10^2}} = \frac{6\sqrt{3}}{10} = \frac{3}{5}\sqrt{3} \\ \therefore a &= \frac{3}{5} \\ \sqrt{\frac{20}{49}} &= \sqrt{\frac{2^2 \times 5}{7^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{7} \\ \therefore b &= \frac{2}{7} \\ \therefore a - b &= \frac{21}{35} - \frac{10}{35} = \frac{11}{35}\end{aligned}$$

8. $\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}$ 를 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이었다. 이 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 44$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}} &= \frac{\sqrt{2^2 \times 7}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{2^2 \times 11} = \sqrt{44}\end{aligned}$$

$\therefore a = 44$ 이다.

9. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.
 $2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.
 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
 $= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
 $= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$
 $= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16}-1$
 $\therefore a=16, b=-1$
 $\therefore a-b=16-(-1)=17$

10. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1004

해설

$$\frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} = \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} = 1004$$

11. $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\&= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{5-4}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}-2 \\ x + \frac{1}{x} &= 2\sqrt{5}, x - \frac{1}{x} = 4 \text{ 이므로} \\ x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) \\&= 2\sqrt{5} \times 4 \\&= 8\sqrt{5}\end{aligned}$$

12. $x = \sqrt{2} - 4$ 일 때, $x^2 - 4x + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $38 - 12\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 4 &= (x - 2)^2 \\&= (\sqrt{2} - 4 - 2)^2 \\&= (\sqrt{2} - 6)^2 \\&= 2 - 12\sqrt{2} + 36 \\&= 38 - 12\sqrt{2}\end{aligned}$$

13. 다음 계산 중 옳은 것은?

- ① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=8+3\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$
- ③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=2-\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{5\sqrt{6}}{6}$
- ⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

해설

- ① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
 $=\frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3}+\frac{4-2\sqrt{6}}{2}$
 $=2\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{6})=8-3\sqrt{6}$
- ② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$
 $=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$
- ③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=\frac{\sqrt{63}-\sqrt{35}}{\sqrt{7}}$
 $=\sqrt{9}-\sqrt{5}=3-\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
 $=\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$
 $=\left(\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2}+1\right)+\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}-1\right)$
 $=\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)+(1-1)=\frac{7\sqrt{6}}{6}$
- ⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(12+3\sqrt{6})}{3}$
 $=\frac{12\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{3}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

14. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱은?

보기

㉠ $\sqrt{75} = A\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B\sqrt{3}$

㉢ $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$

㉤ $\sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

㉠ $\sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3}, \therefore A = 5$

㉡ $\sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3}, \therefore B = 10$

㉢ $7\sqrt{3}, \therefore C = 7$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3}, \therefore D = 1$

㉤ $\sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3}, \therefore E = 0.1$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$\therefore 10 \times 0.1 = 1$

15. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\&\quad + (18-22)(18+22) \\&\quad + (26-30)(26+30) \\&= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\&= -4 \times 4 \times 32 \\&= -512\end{aligned}$$

16. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) + \cdots + (17 - 19)(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3) - 2(5 + 7) - 2(9 + 11) - 2(13 + 15) - 2(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$