

1. 소수로 나타내면 유한소수가 되는 유리수 $\frac{5a}{360}$ 가 있다. a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\frac{5a}{360} = \frac{a}{72} = \frac{a}{2^3 \times 3^2}$ 일 때, a 는 9 이어야 분모의 소인수가 2 또는 5 로 된다.

2. 다음 수 중에서 가장 큰 수는?

① $3.4\dot{9}$

② $3.\dot{4}9$

③ $3.\dot{5}$

④ $3.\dot{5}0\dot{9}$

⑤ $3.\dot{5}\dot{4}$

해설

① $3.499999\dots$

② $3.494949\dots$

③ $3.555555\dots$

④ $3.509509\dots$

⑤ $3.545454\dots$

3. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 무한소수이다.
- ② 0이 아닌 정수는 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ④ 모든 순환소수는 유리수이다.
- ⑤ 순환소수는 모두 분수로 나타낼 수 있다.

해설

정수가 아닌 유리수는 유한소수이거나 순환소수이다.

4. 다음은 분수 $\frac{11}{20}$ 을 소수로 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^{\text{㉠}} \times 5} = \frac{11 \times \text{㉡}}{2^2 \times 5 \times \text{㉢}} = \frac{55}{\text{㉣}} = \text{㉤}$$

① ㉠ 2

② ㉡ 5

③ ㉢ 5^2

④ ㉣ 100

⑤ ㉤ 0.55

해설

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^2 \times 5} = \frac{11 \times 5}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{55}{100} = 0.55 \text{에서}$$

③ ㉢에 알맞은 수는 5이다.

5. $\frac{7}{2 \times a}$ 를 소수로 나타낼 때 유한소수가 되도록 하려고 한다. a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① 14

② 21

③ 25

④ 56

⑤ 70

해설

유한소수가 되려면 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.

그 외의 소인수를 갖는 것을 찾으면 되므로 ②이다.

6. 분수 $\frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약 분수로 나타내면 $\frac{9}{y}$ 이다. x 가 100 이하의 자연수일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수가 된다.

$$\frac{x}{180} = \frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}, x \text{는 } 9 \text{의 배수이어야 한다.}$$

유한소수이면서 기약분수의 분자가 9가 되는

$$x = 3^2 \times 9 = 81$$

$$\frac{3^2 \times 9}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{2^2 \times 5} \text{ 이므로 } y = 20$$

$$\therefore x - y = 81 - 20 = 61$$

7. 다음 순환소수 중 0.5 와 같은 것은?

① $0.4\dot{5}$

② $0.\dot{5}$

③ $0.4\dot{9}$

④ $0.\dot{4}\dot{9}$

⑤ $0.\dot{5}\dot{0}$

해설

$$\textcircled{3} \ 0.4\dot{9} = \frac{49 - 4}{90} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2} = 0.5$$

8. 순환소수 $3.1\dot{2}40\dot{5}$ 의 순환마디 갯수를 a , 소수점 아래 50번째 자리의 숫자를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$3.1\dot{2}40\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 4개

$50 - 1 = 4 \times 12 + 1$ 이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 2이다.

$$\therefore a + b = 6$$

9. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{10}$

해설

$$x = \frac{1}{9}, \quad \frac{1}{x} = 9$$

$$(\text{준식}) = 1 + \frac{1}{1 + 9} = \frac{11}{10}$$

10. 다음 중 순환소수 $x = 0.2\dot{6}$ 을 분수로 나타내려고 할 때, 가장 편리한 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - 10x$

⑤ $1000x - 100x$

해설

첫 순환마디 뒤에 소수점이 오게 100 을 곱한 수에서 첫 순환마디 앞에 소수점이 오게 1 을 곱한 수를 빼야 한다. 즉, $100x - x$ 가 된다.

11. $0.0\dot{3}\dot{7} = 37 \times \square$ 에서 \square 안에 알맞은 순환소수는?

① $0.00\dot{1}$

② $0.0\dot{1}\dot{0}$

③ $0.0\dot{1}\dot{1}$

④ $0.\dot{1}0\dot{1}$

⑤ $0.00\dot{1}$

해설

$$0.0\dot{3}\dot{7} = \frac{37}{990} = 37 \times \frac{1}{990}$$

$$\therefore \square = \frac{1}{990} = 0.00\dot{1}$$

12. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $1.3\dot{5} \times \frac{b}{a} = 0.6\dot{7}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45} \text{ 이고, } 0.6\dot{7} = \frac{67 - 6}{90} = \frac{61}{90} \text{ 이므로}$$

$$\frac{61}{45} \times \frac{b}{a} = \frac{61}{90}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{61}{90} \times \frac{45}{61} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = 2 + 1 = 3$$

13. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 이린이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}1$ 이 되었고, 나연이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{4}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{10}{99}$

② $\frac{11}{99}$

③ $\frac{12}{99}$

④ $\frac{13}{99}$

⑤ $\frac{14}{99}$

해설

$$\text{이린 : } 0.\dot{3}1 = \frac{31}{99},$$

$$\text{나연 : } 0.1\dot{4} = \frac{14 - 1}{90} = \frac{13}{90}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{나연이가 본 분자})}{(\text{이린이가 본 분모})} = \frac{13}{99} = A \text{ 이다.}$$

14. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 연우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{4}$ 가 되었고, 지우는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.4\dot{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{40}{901}$

② $\frac{41}{90}$

③ $\frac{40}{99}$

④ $\frac{41}{9}$

⑤ $\frac{4}{9}$

해설

$$\text{연우 : } 0.\dot{4} = \frac{4}{9},$$

$$\text{지우 : } 0.4\dot{1} = \frac{41}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지우가 본 분자})}{(\text{연우가 본 분모})} = \frac{41}{9} = A \text{ 이다.}$$

15. 어떤 수에 $4.\dot{2}$ 를 곱해야 할 것을 잘못 보고 4.2 를 곱하였더니 계산 결과가 정답보다 0.6 이 작게 나왔다. 바른 답은?

① 108

② 112

③ 114

④ 118

⑤ 123

해설

어떤 수 : x

$$4.\dot{2}x - 4.2x = 0.6$$

$$\frac{2}{90}x = \frac{54}{90} \quad \therefore x = 27$$

바른 계산 : $4.\dot{2} \times 27 = 114$

16. 어떤 자연수에 $1.\dot{3}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.3 을 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.5 가 되었다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$x \times 1.\dot{3} - x \times 1.3 = 0.5$$

$$x \times \left(\frac{12}{9} - \frac{13}{10} \right) = x \times \frac{1}{30} = 0.5$$

$$x = 15$$

17. 어떤 자연수에 $1.\dot{5}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.5 을 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.5 가 되었다. 바르게 계산한 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$$x \times 1.\dot{5} - x \times 1.5 = 0.5$$

$$x \times \left(\frac{14}{9} - \frac{15}{10} \right) = x \times \frac{1}{18} = 0.5$$

$$x = 9$$

$$\text{바르게 계산하면 } 9 \times 1.\dot{5} = 9 \times \frac{14}{9} = 14$$

18. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

∴ 8개

19. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{7}{9}$ 사이의 분수 중 분모가 36 이고, 유한소수인 것을 구하면?

① $\frac{19}{36}$

② $\frac{23}{36}$

③ $\frac{25}{36}$

④ $\frac{27}{36}$

⑤ $\frac{29}{36}$

해설

$$\frac{1}{2} = \frac{18}{36}, \quad \frac{7}{9} = \frac{28}{36}$$

유한소수가 되려면 분모에 2 또는 5 만 있어야 하므로 $36 = 4 \times 9$ 의 9 가 없어져야 한다.

그러므로 9 의 배수 27 이 분자인 $\frac{27}{36}$ 이어야 한다.

20. $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 45 이고, 유한소수인 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{45}$

해설

$$\frac{1}{3} = \frac{15}{45}, \quad \frac{3}{5} = \frac{27}{45}$$

45 = $3^2 \times 5$ 이고 유한소수가 되려면 분모에 2 또는 5만 있어야
하므로 9가 없어야 한다. 분자에서 15 와 27 사이에 있는 수
중 9 의 배수는 18 이다.

21. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개

② 9개

③ 10개

④ 11개

⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$

\therefore 10개

22. 분수 $\frac{a}{150}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, $10 < a < 20$)

① 34

② 43

③ 48

④ 55

⑤ 59

해설

$$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{3}{b}$$

a 는 3^2 을 가져야 하고, $10 < a < 20$ 이어야 하므로

$$a = 3^2 \times 2 = 18, b = 25$$

$$\therefore a + b = 18 + 25 = 43$$

23. $0.\dot{a}b\dot{c}$ 를 분수로 고치면 $\frac{213}{330}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{213}{330} = \frac{639}{990} = 0.6\dot{4}5 \text{ 이므로}$$

$a = 6, b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 15$$

24. 다음 중 순환소수 $x = 1.2\dot{5}4$ 를 분수로 나타낼 때, 가장 알맞은 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - 10x$

⑤ $1000x - 100x$

해설

반복되는 순환마디의 차를 이용하여 분수로 나타낸다. 따라서

④ $1000x - 10x$ 이다.

25. 기약분수를 소수로 고치는 과정에서 A 는 분자를 잘못 보았더니 $0.\dot{3}4$ 로, B 는 분모를 잘못 보았더니 $0.5\dot{6}$ 이 되었다. 처음의 기약분수로 맞는 것은?

① $\frac{34}{90}$

② $\frac{51}{99}$

③ $\frac{17}{99}$

④ $\frac{16}{99}$

⑤ $\frac{17}{90}$

해설

$0.\dot{3}4 = \frac{34}{99}$ 에서는 분모를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분모는 99 ,

$0.5\dot{6} = \frac{56 - 5}{90} = \frac{51}{90} = \frac{17}{30}$ 에서는 분자를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분자는 17 이다.

따라서, 구하는 기약분수는 $\frac{17}{99}$

26. 다음을 계산하여 분수로 나타내면?

$$1 + 0.5 + 0.05 + 0.005 + 0.0005 + \dots$$

① $\frac{15}{9}$

② $\frac{15}{90}$

③ $\frac{15}{99}$

④ $\frac{14}{9}$

⑤ $\frac{14}{90}$

해설

$$(\text{주어진 식}) = 1.\dot{5} = \frac{15 - 1}{9} = \frac{14}{9}$$

27. 순환소수 $0.\dot{a}b$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}a$ 를 기약분수로 나타내어라.
(단, a, b 는 한 자리의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{33}$

해설

$$0.\dot{a}b = \frac{10a + b}{99} = \frac{13}{33}$$

$$\therefore 10a + b = 39 \cdots \textcircled{1}$$

a, b 는 한 자리의 자연수이므로 $a = 3, b = 9$

$$\therefore 0.\dot{b}a = 0.\dot{9}3 = \frac{93}{99} = \frac{31}{33}$$

28. 네 수 a, b, c, d 가 다음과 같을 때, 네 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면?

$$a = 0.123, b = 0.12\dot{3}, c = 0.1\dot{2}\dot{3}, d = 0.\dot{1}2\dot{3}$$

- ① $a < b < c < d$ ② $d < c < b < a$ ③ $a < d < c < b$
④ $b < c < d < a$ ⑤ $a < c < d < b$

해설

$$a . 0.123$$

$$b . 0.123333\cdots$$

$$c . 0.12323\cdots$$

$$d . 0.123123\cdots$$

이므로 $a < d < c < b$ 이다.