

1. a 가 120과 210 사이의 수일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}}$ 가 정수가 되도록 하는 a 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 147

▷ 정답 : 192

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = b$ (b 는 정수) 이므로 $a = 3b^2$ 의 꼴이면 된다. $120 <$

$$3b^2 < 210$$

$$40 < b^2 < 70$$

$$b = 7, 8$$

$$\therefore a = 3 \times 7 \times 7 = 147 \text{ 또는 } a = 3 \times 8 \times 8 = 192$$

2. 다음 주어진 식이 자연수 n 이 되도록 하는 m 의 최솟값을 차례대로 구하여라.

	자연수 m 의 최솟값	n
$n = \sqrt{65m}$	㉠	
$n = \sqrt{75m}$	㉡	
$n = \sqrt{\frac{80}{m}}$	㉢	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 65

▷ 정답 : ㉡ : 3

▷ 정답 : ㉢ : 5

해설

㉠ $65m = 5 \times 13 \times m$ 이므로 $m = 5 \times 13 = 65$ 이고 $n = \sqrt{65 \times 65} = 65$ 이다.

㉡ $75m = 3 \times 5^2 \times m$ 이므로 $m = 3$ 이고
 $n = \sqrt{75 \times 3} = 15$ 이다.

㉢ $\frac{80}{m} = \frac{2^4 \times 5}{m}$ 이므로 $m = 5$ 이고 $n = \sqrt{\frac{80}{5}} = 4$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이거나 순환소수이다.
- ② 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 무리수이다.
- ④ 무한소수는 무리수이다.
- ⑤ 무한소수는 순환소수이다.

해설

유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

4. 다음 설명 중 옳지 않는 것을 모두 고르면?

① 무한소수는 모두 무리수이다.

② 근호가 벗겨지는 수는 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 33$ 이므로 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.

⑤ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

해설

① 반례로 $0.\dot{1}\dot{1} = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ 이므로 무리수이다.

5. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.

$2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1$$

$$\therefore a = 16, b = -1$$

$$\therefore a - b = 16 - (-1) = 17$$

6. $\frac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1234

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1234}{4321^2 - (4321 - 1)(4321 + 1)} \\ &= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1} \\ &= 1234 \end{aligned}$$

7. $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\&= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{5}-2}{1} = \sqrt{5}-2\end{aligned}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{5}, x - \frac{1}{x} = 4 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \\&= 2\sqrt{5} \times 4 \\&= 8\sqrt{5}\end{aligned}$$

8. $a - b = 4$, $ab = -2$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\ &= 4^2 + 2 \times (-2) \\ &= 16 - 4 \\ &= 12 \end{aligned}$$

9. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2 - 6)(2 + 6) + (10 - 14)(10 + 14) \\&\quad + (18 - 22)(18 + 22) \\&\quad + (26 - 30)(26 + 30) \\&= -4(2 + 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 26 + 30) \\&= -4 \times 4 \times 32 \\&= -512\end{aligned}$$

10. $8^{32} - 1$ 이 자연수 n 에 의해 나누어 떨어질 때, n 의 값의 합을 구하여라.
(단, $60 < n < 70$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 128

해설

$$\begin{aligned} 8^{32} - 1 &= (2^3)^{32} - 1 = 2^{96} - 1 \\ &= (2^{48} + 1)(2^{24} + 1)(2^{12} + 1) \\ &\quad (2^6 + 1)(2^3 + 1)(2^3 - 1) \end{aligned}$$

60 과 70 사이의 자연수 n 은 $2^6 + 1 = 65$ 또는 $2^6 - 1 = 63$ 이므로
그 합은 $65 + 63 = 128$ 이다.