

1. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.

$2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1$$

$$\therefore a = 16, b = -1$$

$$\therefore a - b = 16 - (-1) = 17$$

2. 곱셈 공식을 이용하여 다음 수의 값을 계산할 때, 나머지 넷과 다른 공식이 적용되는 것은?

① 1.7×2.3

② 94×86

③ 28×31

④ 99×101

⑤ 52×48

해설

①, ②, ④, ⑤ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

③ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

3. $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\&= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{5}-2}{1} = \sqrt{5}-2\end{aligned}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{5}, x - \frac{1}{x} = 4 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \\&= 2\sqrt{5} \times 4 \\&= 8\sqrt{5}\end{aligned}$$

4. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

① $-4\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} = 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

5. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2 - 6)(2 + 6) + (10 - 14)(10 + 14) \\&\quad + (18 - 22)(18 + 22) \\&\quad + (26 - 30)(26 + 30) \\&= -4(2 + 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 26 + 30) \\&= -4 \times 4 \times 32 \\&= -512\end{aligned}$$

6. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2 - 1)(2 + 1) + (4 - 3)(4 + 3) + (6 - 5) \\ &\quad (6 + 5) + (8 - 7)(8 + 7) + (10 - 9)(10 + 9) \\ &= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore B^2 - A^2 &= (B + A)(B - A) \\ &= (9945 + 55)(9945 - 55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$