

1. 다음에 주어진 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$

㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0$

㉣ $x^2 + 6x = 9$

㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉤

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$

$(3x - 1)^2 = 0$

$\therefore x = \frac{1}{3}$ (중근)

㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 4)^2 = 0$

$\therefore x = -4$ (중근)

㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$ 의 양변에 100을 곱하면

$25x^2 + 20x + 4 = 0, (5x + 2)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{2}{5}$ (중근)

2. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

- ① 282 ② 285 ③ 288 ④ 291 ⑤ 294

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2 \\ \therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c &= 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2} \\ &= 288 + 3 = 291 \end{aligned}$$

3. $\sqrt{x^2+35}=y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

- ① 6 ② 9 ③ 14 ④ 18 ⑤ 20

해설

$\sqrt{x^2+35}=y$
 $x^2=1$ 일 때 $y=6$
 $x^2=289$ 일 때 $y=18$

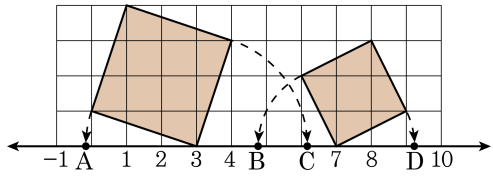
4. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
 $\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$
 $\therefore$ 3개

5. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
 이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

6. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

7. 임의의 실수 a, b 에 대하여 $\star$ 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,
 $\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0

② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$

⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

8. $\frac{1}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} - \sqrt{12} = A\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 A 의 값은?

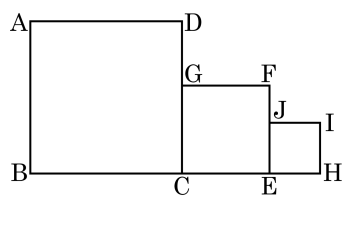
- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} &= \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{12\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{9\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $A = -\frac{3}{2}$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\square ABCD$, $\square CEFG$, $\square EHJI$ 는 모두 정사각형이고 그 넓이는 각각 S_1, S_2, S_3 이다. $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{3}S_1$, $S_3 = \frac{1}{3}S_2$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하면?



- ① $\frac{13}{9}$ ② $4 - \sqrt{3}$ ③ $\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{4 + \sqrt{3}}{3}$

해설

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 1 \text{ 이므로, } \overline{BC} = 1, \\
 S_2 &= \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}, \overline{CE} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\
 S_3 &= \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}, \overline{EH} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \\
 \therefore \overline{BH} &= \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4 + \sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$

10. x 에 관한 이차식을 $2x + 5$ 로 나누면 몫이 $3x + 4$ 이고, 나머지는 1이다. 이때, 이차식은?

① $3x^2 + 12x + 1$

② $3x^2 + 12x + 11$

③ $6x^2 + 23x + 20$

④ $6x^2 + 27x + 20$

⑤ $6x^2 + 23x + 21$

해설

(나누어지는 수) = (나누는 수) $\times$ (몫) + (나머지) 이므로
(x 에 관한 이차식) = $(2x + 5) \times (3x + 4) + 1 = 6x^2 + 23x + 21$

11. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은?

- ① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x - 3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

12. 유리수 a, b 가 $-1 < a < 0$, $ab = 1$ 을 만족할 때,

$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{a}$

해설

$b = \frac{1}{a}$, $-1 < a < 0$ 이므로 $a + \frac{1}{a} < 0$, $a - \frac{1}{a} > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= -\frac{2}{a}\end{aligned}$$

13. $(4 + 3x + 2x^2 + x^3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 각 항의 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

$x = 1$ 을 대입하면 (계수들의 총합) + (상수항)

$x = 1$ 일 때, $(4 + 3 + 2 + 1)^2 = 10^2 = 100$

전개한 식의 상수항은 $4^2 = 16$

따라서 상수항을 제외한 각 항의 계수들의 총합은 $100 - 16 = 84$ 이다.

14. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x^3 - 8x + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x + \frac{1}{x} = 3$ 의 양변에 x 를 곱하면 $x^2 = 3x - 1$

$\therefore x^3 = 3x^2 - x$,

$\therefore x^3 - 8x + 6 = 3x^2 - x - 8x + 6 = 3(x^2 - 3x + 2) = 3(3x - 1 - 3x + 2) = 3$

15. 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

$x^2 - 12x + \square = (x - \square)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

▷ 정답 : 6

해설

$$x^2 - 12x + \square = (x - \square)^2 = x^2 - 2\square x + \square^2$$

$$-12x = -2\square x \qquad \therefore \square = 6$$

$$\therefore x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$$

16. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 에 대하여 $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} g(x) &= (ax + b)f(x) \text{ 이므로} \\ 6x^2 - 5x - 4 &= (3x - 4)(2x + 1) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(4x + 2) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)f(x) \end{aligned}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = -6$$

17. 서로 다른 홀수 a, b, c 에 대하여 $2a+2b+2ab=46, b+c+bc=59, 3c+3a+3ca=117$ 이 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 135$

해설

$2a+2b+2ab=46$ 에서
 $a+b+ab=23, (a+1)(b+1)=24$
 $b+c+bc=59$ 에서
 $(b+1)(c+1)=60$
 $3c+3a+3ca=117$ 에서
 $c+a+ca=39, (c+1)(a+1)=40$
세 식을 모두 곱하면
 $\{(a+1)(b+1)(c+1)\}^2=24 \times 60 \times 40$
 $\therefore (a+1)(b+1)(c+1)=240$
 a, b, c 가 서로 다른 세 홀수이므로
 $(a+1), (b+1), (c+1)$ 은 서로 다른 세 짝수이어야 한다.
240 을 소인수분해하면, $2^4 \times 3 \times 5$ 이므로
곱해서 240 이 되고 두 수의 곱이 각각 24, 60, 40 인 세 짝수의
순서쌍은
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 이다.
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 인 경우,
 $a=3, b=5, c=9$ 이므로 $abc=135$

18. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대한 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)} \\ &= \frac{x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)x^2 - (y^2 - z^2)x + y^2z - yz^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)\{x^2 - (y+z)x + yz\}}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{-(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= -1 \end{aligned}$$

19. x 에 대한 이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 의 한 근이 1일 때, a 의 값과 나머지 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $x = \frac{4}{5}$

해설

$(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 에
 $x = 1$ 을 대입하면
 $a+2 - a^2 + 4 = 0$
 $a^2 - a - 6 = 0$
 $(a+2)(a-3) = 0$
이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 은
 x^2 의 계수는 0이 아니어야 하므로
 $\therefore a = 3$
 $a = 3$ 을 이차방정식에 대입하면
 $5x^2 - 9x + 4 = 0$
 $(x-1)(5x-4) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = \frac{4}{5}$
따라서 $a = 3$ 이고 나머지 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이다.