

1.  $3^2 \times 5 \times 7$  에 자연수  $a$  를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다.  $a$  의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면  $3^2 \times 5 \times 7 \times a$  를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수  $a$  의 최솟값은  $5 \times 7 = 35$  이다.

2. 75 에 가능한 한 작은 자연수  $x$ 로 나누어서 어떤 자연수  $y$ 의 제곱이 되게 하려고 한다.  $y$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$  이므로  $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$  을 만족하는  $x$ 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서  $y = 5$  이다.

3. 60에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는  $3 \times 5 = 15$

4. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

① 3

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 15

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

540  $\times x$  가 제곱수가 되기 위한 가장 작은  $x$  는  $3 \times 5 = 15$

5. 28 에 가능한 한 작은 자연수  $a$  를 곱하여 어떤 자연수  $b$  의 제곱이 되도록 할 때,  $a$  의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$28 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$28 = 2^2 \times 7$$

$$a = 7$$

$$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$$

$$2^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 7 = 14$$

6. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수  $b$  의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를  $a$  라 할 때,  $140 \times a$  의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

### 해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는  $5 \times 7 \times x^2$  ( $x^2$  은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수  $a = 5 \times 7 = 35$  이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

7. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는  $2 \times 5 = 10$  이다.

8.  $24 \times a$  가 어떤 자연수  $A$  의 제곱이 될 때,  $A$  의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 36

④ 54

⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

9. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되지 않는 수는?

①  $2 \times 3 \times 3$

②  $2^2 \times 5^2$

③ 16

④  $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 81

해설

① 지수가 모두 짝수가 아니므로 자연수의 제곱이 되지 않는 수이다.

10. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

①  $27$

②  $44$

③  $2 \times 3^2$

④  $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤  $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

11. 120 에 자연수  $x$  를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.  
다음 중  $x$  의 값이 될 수 없는 것은?

①  $2 \times 3 \times 5$

②  $2^3 \times 3 \times 5$

③  $2 \times 3^3 \times 5$

④  $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤  $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$  로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$  은  $2^2$  을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

12.  $540 \times a = b^2$  일 때,  $a$  의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단,  $a, b$  는 자연수)

① 24

② 38

③ 56

④ 60

⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$  이므로 곱할 수 있는 수는  $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$  의 꼴이다.

따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 1^2 = 15$  이고,

곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 2^2 = 60$  이다.

13. 48 에 자연수  $x$  를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.  
다음에서  $x$  가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)?

① 2

② 3

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가  $x$ 이고, 어떤 자연수를  $y$ 라 하면  $(2^4 \times 3) \times x = y^2$  이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

14. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024

② 1280

③ 1440

④ 1680

⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$  이라 하면

가장 작은  $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서  $n$  은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수  $n$  은 1680 이다.

15. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는  $3 \times 5 = 15$

16.  $240 \times a = b^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $a, b$  에 대하여  $b - a$  의 값은?

① 45

② 60

③ 75

④ 90

⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

17.  $2^3 \times 3^2 \times 5$  에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③  $3 \times 5$

④  $5^2$

⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

18. 288 을 어떤 수  $x$  로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수  $x$  를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$288 = 2^5 \times 3^2$$

가장 작은 자연수  $x$  는 2이다.

19.  $\frac{252}{A} = B^2$  을 만족하는 자연수  $A, B$  에 대하여  $B$  의 최댓값은?

① 2

② 3

③ 6

④ 8

⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 252}$$

$$2 \overline{) 126}$$

$$3 \overline{) 63}$$

$$3 \overline{) 21}$$

7

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$  이므로  $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$  을 만족하는  $B$  의 값

중에서 가장 큰 자연수는  $A = 7$  일 때  $2 \times 3 = 6$  이다.

20.  $\frac{252}{A} = B^2$  을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최대값은?

① 2

② 3

③ 6

④ 8

⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 252} \\ 2 \overline{) 126} \\ 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$  이므로  $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$  을 만족하는 B 의 값  
중에서 가장 큰 자연수는  $A = 7$  일 때  $2 \times 3 = 6$  이다.

21. 75에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$75 = 3 \times 5^2$  이므로 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하기 위해 곱해 주어야 할 수 중 가장 작은 수는 3이다.

22. 90 에 가능한 한 작은 수  $a$  를 곱하여 어떤 수  $b^2$  이 되도록 할 때,  $a+b$  의 값은? (단,  $a, b$  는 자연수)

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$  이므로 곱할 수 있는 수는  
 $2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$  의 꼴이다.

$$\therefore a = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$\begin{aligned} 90 \times a &= 2 \times 3^2 \times 5 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \\ &= (2 \times 3 \times 5)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 30$$

따라서  $a+b = 10 + 30 = 40$  이다.

23. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

①  $3^{11}$

②  $2^3 \times 3^2$

③  $3^3 \times 7^2$

④  $3^2 \times 5 \times 7$

⑤  $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $11 + 1 = 12$  (개)

②  $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개)

③  $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개)

④  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)

⑤  $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$  (개)

24. 다음 중  $2^7$  과 약수의 개수가 같은 것은?

①  $2^3 \times 3^4$

②  $2^2 \times 7^5$

③  $3^2 \times 5 \times 7$

④  $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

$2^7$  과 약수의 개수는  $7 + 1 = 8$  (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$  (개)

②  $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$  (개)

③  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)

④  $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$  (개)

⑤ 8을 소인수분해하면  $8 = 2^3$  이므로 약수의 개수는  $3 + 1 = 4$  (개)이다.

25. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 80

② 90

③ 216

④ 168

⑤ 180

해설

$$\textcircled{1} \quad 80 = 2^4 \times 5$$

$$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$$

$$\textcircled{2} \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$$

$$\textcircled{3} \quad 216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$$

$$\textcircled{4} \quad 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$$

$$\textcircled{5} \quad 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$$

26. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

①  $2^4 \times 3^2$

②  $2^3 \times 5^3$

③  $2^2 \times 5^2$

④  $2 \times 3 \times 5^3$

⑤  $3^4$

해설

①  $(4 + 1) \times (2 + 1) = 15$  (개)

②  $(3 + 1) \times (3 + 1) = 16$  (개)

③  $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$  (개)

④  $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$  (개)

⑤  $(4 + 1) = 5$  (개)

27. 다음 수 중 약수의 개수가 가장 많은 수는?

①  $2^2 \times 3 \times 7$

②  $3 \times 5 \times 7 \times 9$

③  $5 \times 7 \times 11$

④  $13^2$

⑤  $2^{10}$

해설

① 12 개

② 16 개

③ 8 개

④ 3 개

⑤ 11 개

28.  $3^2 \times 5 \times 11^3$  의 약수의 개수는?

① 9 개

② 12 개

③ 15 개

④ 18 개

⑤ 24 개

해설

약수의 개수는  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 24$  (개)

29. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 200

②  $2 \times 5^3$

③  $3^2 \times 7^2$

④ 150

⑤  $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $200 = 2^3 \times 5^2$  이므로  $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개) 이다.

②  $(1 + 1) \times (3 + 1) = 8$  (개)

③  $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$  (개)

④  $150 = 2 \times 3 \times 5^2$  이므로  $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개) 이다.

⑤  $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$  (개)

30. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

①  $19^3 \times 31$

②  $2 \times 5^4$

③  $3^2 \times 7 \times 11$

④  $3^2 \times 11^2 \times 13$

⑤  $19^9$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$  (개)

②  $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$  (개)

③  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)

④  $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$  (개)

⑤  $9 + 1 = 10$  (개)

31. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

①  $5^8$

②  $2^2 \times 3^5$

③  $5^2 \times 11 \times 19$

④  $3^5 \times 5^2$

⑤  $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$  이므로 약수의 개수는  $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$  (개) 이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $8 + 1 = 9$  (개)

②  $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$  (개)

③  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)

④  $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$  (개)

⑤  $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$  (개)

32. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

①  $5^3$

②  $2 \times 3$

③  $2^2 \times 7^2$

④  $5^2 \times 7$

⑤  $13^6$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $3 + 1 = 4$  (개)

②  $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$  (개)

③  $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$  (개)

④  $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$  (개)

⑤  $6 + 1 = 7$  (개)

33. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은?

①  $8, 3^3$

②  $21, 5 \times 7$

③  $45, 2^2 \times 3$

④  $100, 2^{10}$

⑤  $72, 3 \times 5 \times 7^2$

해설

①  $8 = 2^3$  이므로 약수의 개수는  $3 + 1 = 4$  (개) 이고,  $3^3$  의 약수의 개수도  $3 + 1 = 4$  (개) 이다.

②  $21 = 3 \times 7$  이므로 약수의 개수는  $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$  (개) 이고,  $5 \times 7$  의 약수의 개수는  $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$  (개) 이다.

③  $45 = 3^2 \times 5$  의 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$  (개) 이고,  $2^2 \times 3$  의 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$  (개) 이다.

④  $100 = 2^2 \times 5^2$  의 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$  (개) 이고,  $2^{10}$  의 약수의 개수는  $10 + 1 = 11$  (개) 이다.

⑤  $72 = 2^3 \times 3^2$  의 약수의 개수는  $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개) 이고,  $3 \times 5 \times 7^2$  의 약수의  $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개) 이다.

34. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

①  $2^3 \times 3^2$

②  $11^{11}$

③  $3^2 \times 5 \times 7^2$

④  $5 \times 7^5$

⑤  $2 \times 3 \times 7^2$

해설

①  $(3 + 1) \times (2 + 1) = 4 \times 3 = 12$  (개)

②  $11 + 1 = 12$  (개)

③  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 3 \times 2 \times 3 = 18$  (개)

④  $(1 + 1) \times (5 + 1) = 2 \times 6 = 12$  (개)

⑤  $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 2 \times 2 \times 3 = 12$  (개)

35. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 35

② 88

③  $2 \times 3^3$

④  $3^2 \times 7^3$

⑤  $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

①  $35 = 5 \times 7$ ,

$(1 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 2 = 4$  (개)

②  $88 = 2^3 \times 11$ ,

$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$  (개)

③  $(1 + 1) \times (3 + 1) = 2 \times 4 = 8$  (개)

④  $(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$  (개)

⑤  $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$  (개)

36. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠  $2^5 \times 3$

㉡  $2^4 \times 5^2$

㉢  $2 \times 3 \times 7$

㉣  $2 \times 3 \times 5 \times 11$

㉤  $3^2 \times 5^3 \times 7$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉠, ㉤, ㉣

③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠

⑤ ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉢

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개  
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

37. 다음 중 약수의 개수가 가장 큰 것을 고르면?

①  $2^4 \times 3^2$

②  $2 \times 5 \times 7$

③  $2 \times 3 \times 5 \times 7$

④  $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤  $11^2 \times 13^2$

해설

① 15 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 9 개

38. 180 과 약수의 개수가 다른 수는?

- ① 210      ② 300      ③ 2450      ④ 700      ⑤ 1575

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$  이므로

약수의 개수는  $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$  (개)

①  $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$  이므로  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$  (개)

②  $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$  이므로  $3 \times 2 \times 3 = 18$  (개)

③  $2450 = 2 \times 5^2 \times 7^2$  이므로  $2 \times 3 \times 3 = 18$  (개)

④  $700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$  이므로  $3 \times 3 \times 2 = 18$  (개)

⑤  $1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$  이므로  $3 \times 3 \times 2 = 18$  (개)

39. 자연수 120 을 소인수분해했더니  $2^a \times b \times c$  이고 약수의 개수는  $d$  개이다.  $a + b + c + d$  의 값은?

① 27

② 16

③ 29

④ 18

⑤ 21

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$  이므로  $a = 3$ ,  $b = 3$ ,  $c = 5$ ,

약수의 개수  $d = (3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16$

$\therefore a + b + c + d = 27$

40. 어떤 자연수  $x$  의 약수의 개수를  $R(x)$  라 하고,  $R(40) \times R(75) = a$  라 할 때,  $R(a)$  의 값은?

① 10

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$  이므로  $R(40) = (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$  이다.

$75 = 3 \times 5^2$  이므로  $R(75) = (1 + 1) \times (2 + 1) = 6$  이다.

$$\therefore 8 \times 6 = 48$$

따라서  $48 = 2^4 \times 3$  이므로  $R(48) = (4 + 1) \times (1 + 1) = 10$  이다.