**1.** 복소수 $(1+i)x^2-(2+i)x-3-2i$를 제곱하면 음의 실수가 된다고 할 때, 실수 $x$의 값은?

① $-1$ ② $1$ ③ $2$ ④ $3$ ⑤ $4$

해설

(준식)$=x^2-2x-3+(x^2-x-2)i$
이것을 제곱해서 음의 실수가 되려면 순허수이어야 하므로
$x^2-2x-3=0\cdots$㉠, $x^2-x-2\neq 0\cdots$㉡
㉠에서 $x=3,\ x=-1$
이 중에서 ㉡를 만족하는 것은 $\therefore\ x=3$

**2.** 실수 $k$ 에 대하여 복소수 $z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 를 정리하면
$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3+2k)i$
이것이 순허수이려면 $3k = 0,\ 3 + 2k \neq 0$
$k = 0$ 이므로 $z = 3i,\ \bar{z} = -3i$
$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$

**3.** $a-1 \le x \le a+4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 4$ 의 최댓값이 4 일 때, 양수 $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$f(x) = x^2 - 2ax + 4 = (x-a)^2 - a^2 + 4$
이때, 꼭짓점의 $x$ 좌표 $a$ 가 $x$의 값의 범위에 속하므로
$x = a$ 일 때 최솟값, $x = a+4$ 일 때 최댓값을 갖는다.
즉, $f(a+4) = (a+4)^2 - 2a(a+4) + 4 = 4$
$a^2 + 8a + 16 - 2a^2 - 8a + 4 = 4$
$a^2 = 16$
$\therefore a = 4\ (a > 0)$

**4.** $-1 \le x \le 2$ 에서 이차함수 $f(x) = -x^2 + 2x + k$ 의 최댓값이 3 일 때, $f(x)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-1$

해설

$f(x) = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + k + 1$
$-1 \le x \le 2$ 에서 함수 $f(x)$ 는
$x = 1$ 일 때, 최대이고
최댓값은 $k + 1$ 이므로 $k + 1 = 3$
$\therefore k = 2$
따라서, $f(x) = -(x-1)^2 + 3$ 이므로
$x = 1$ 일 때 최댓값 3을 갖는다.
$-1 \le x \le 2$에서 $f(-1) = -1$, $f(2) = 2$
이므로 최소는 $x = -1$ 일 때, 최솟값
$-1$을 갖는다.

**5.** 구입 가격이 1kg에 2000원인 돼지고기를 1kg에 3000원씩 판매하면 하루에 100kg을 팔 수 있으며 1kg에 10원씩 판매 가격을 내릴 때마다 판매량이 3kg씩 증가하고 1kg에 10원씩 판매 가격을 올릴 때마다 판매량이 3kg씩 감소한다고 한다.
1kg에 $p$원씩 판매할 때, 하루의 이익을 최대로 할 수 있는 $p$의 값을 구하면? (단, 판매가격은 10원 단위로만 인상 또는 인하 할 수 있다.)

① 2600원 ② 2670원 ③ 2700원
④ 2750원 ⑤ 2800원

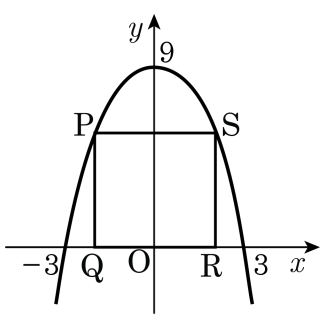
해설

3000원에서 $10x$원 가격을 내렸을 때
1kg의 판매가격은 $3000 - 10x$
1일 판매량은 $100 + 3x$
따라서 하루의 이익 $P$는

$$\begin{aligned} P &= (3000 - 10x)(100 + 3x) - 2000(100 + 3x) \\ &= (1000 - 10x)(100 + 3x) \\ &= -30x^2 + 2000x + 100000 \\ &= -30\left(x^2 - \frac{200}{3}x\right) + 100000 \\ &= -30\left(x - \frac{100}{3}\right)^2 + \frac{400000}{3} \end{aligned}$$

$x$가 문제에서 정수이므로 $x = 33$일 때 최대이다.
따라서 $3000 - 330 = 2670$(원)

**6.** 다음의 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 에 내접하는 직사각형 PQRS 가 있다. PQRS 의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

먼저 이차함수의 식을 구하면
$(0, 9)$ 를 지나므로 $y = mx^2 + 9$,
$(3, 0)$ 을 지나므로 $y = -x^2 + 9$
$\mathrm{R}(a, 0)$ 이라 하면 ( 단, $0 < a < 3$), $\mathrm{S}(a, -a^2 + 9)$
직사각형의 가로는 $2a$, 세로는 $-a^2 + 9$
둘레는 $2\{2a + (-a^2 + 9)\} = -2(a - 1)^2 + 20$
따라서 둘레의 최댓값은 20