

1. $4.6 < \sqrt{x} < 5.1$ 을 만족하는 자연수 x 의 값에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 4$

해설

$4.6 = \sqrt{21.16}$, $5.1 = \sqrt{26.01}$,
 $\sqrt{21.16} < \sqrt{x} < \sqrt{26.01}$ 을 만족하는
 $x = 22, 23, 24, 25, 26$
 $a = 26, b = 22$
 $\therefore a - b = 26 - 22 = 4$

2. 다음 중 무리수를 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{13}$

㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9}$

㉤ $-\sqrt{(-3)^2}$

㉥ $\sqrt{\frac{9}{16}}$

㉦ $\sqrt{(99+1)}$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉤, ㉥, ㉦

해설

㉠ $\sqrt{3}$: 무리수

㉡ $\sqrt{13}$: 무리수

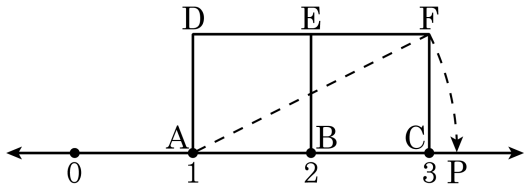
㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9} = \sqrt{2} + 3$: 무리수

㉤ $-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{9} = -3$: 유리수

㉥ $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$: 유리수

㉦ $\sqrt{(99+1)} = \sqrt{100}$: 유리수

3. 다음 그림에서 $\square ABED$, $\square BCFE$ 는 정사각형이고, 점 P 는 A 를 중심으로 하고 AF 를 반지름으로 하는 원이 수직선과 만나는 교점이라 할 때, 점 P 의 좌표를 바르게 나타낸 것은?



- ① $1 + \sqrt{3}$ ② $\sqrt{3} - 1$
 ③ $1 + \sqrt{5}$ ④ $\sqrt{5} - 1$

해설

$$\overline{AF} = \overline{AP} = \sqrt{5}$$

점 P 는 점 A(1) 에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$ 만큼 더해진 점이므로 좌표는 $1 + \sqrt{5}$ 이다.

4. $(3x + b)^2 = ax^2 + 6x + 1$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$(3x + b)^2 = 9x^2 + 6bx + b^2 = ax^2 + 6x + 1$$

$$a = 9, b = 1$$

$$\therefore a + b = 9 + 1 = 10$$

5. $(x - y)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

① $(x + y)^2$

② $(-x + y)^2$

③ $-(x + y)^2$

④ $-(x - y)^2$

⑤ $(-x - y)^2$

해설

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

① $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

② $(-x + y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

③ $-(x + y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$

④ $-(x - y)^2 = -x^2 + 2xy - y^2$

⑤ $(-x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

6. $x(x-1)(x+2)(x-3) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & x(x-1)(x+2)(x-3) \\ &= \{x(x-1)\}\{(x+2)(x-3)\} \\ &= (x^2-x)(x^2-x-6) \\ & x^2-x = t \text{로 치환하면 } t(t-6) = t^2-6t \\ & t = x^2-x \text{를 대입하여 정리하면 } x^4-2x^3-5x^2+6x \\ & \text{따라서 } a+b+c = -2-5+6 = -1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

7. $x + y = 5$, $x^2 + y^2 = 13$ 일 때, xy 의 값은?

① -6

② -12

③ 4

④ 6

⑤ 12

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$25 = 13 + 2xy$$

$$2xy = 12$$

$$\therefore xy = 6$$

8. 다음 수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

$\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 2, 1, -\sqrt{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\sqrt{3}$

▷ 정답 : $-\sqrt{2}$

▷ 정답 : 1

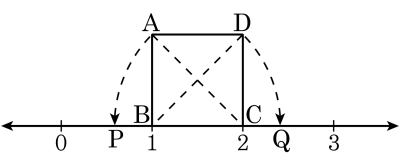
▷ 정답 : $\sqrt{3}$

▷ 정답 : 2

해설

$-\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 1, \sqrt{3}, 2$ 의 순서이다.

9. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD를 그렸다. 수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 두 좌표의 곱을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 두 점의 좌표는 다음과 같다.

$$P = 2 - \sqrt{2}$$

$$Q = 1 + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{(구하는 값)} &= (2 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) \\ &= 2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

10. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳바르지 않은 것은?

- ① $\sqrt{3} + 3 < 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ② $4 + \sqrt{3} < \sqrt{5} + 4$
③ $2 - 2\sqrt{3} < \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{3} + 2 > 1 + \sqrt{3}$
⑤ $5 - \sqrt{3} > -\sqrt{3} + 2$

해설

$$\begin{aligned}\text{① } \sqrt{3} + 3 - (2\sqrt{2} + \sqrt{3}) &= 3 - 2\sqrt{2} \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{8} > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{3} + 3 > 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

11. 다음 중 간단히 한 것의 값이 $\sqrt{5}$ 가 아닌 것은?

① $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{21}} \div \sqrt{6}$

② $15 \div \sqrt{15} \div \sqrt{3}$

③ $\sqrt{45} \div \sqrt{15} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{8}}{2} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \div \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{5}$

해설

③ $\sqrt{45} \div \sqrt{15} \div \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{45} \times \frac{1}{\sqrt{15}} \times \sqrt{3} = 3$

12. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라 할 때, $\sqrt{72}$ 를 a, b 를 써서 나타내면?

- ① a^3b^2 ② a^2b^3 ③ a^3b ④ a^2b^2 ⑤ ab^3

해설

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \times 3^2} = (\sqrt{2})^3 (\sqrt{3})^2 = a^3b^2$$

13. $-3(x+3)(x-2) + \frac{1}{2}(x-3)(x+5)$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

① -3

② -2

③ $-\frac{1}{2}$

④ 5

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & -3(x+3)(x-2) + \frac{1}{2}(x-3)(x+5) \\ &= -3(x^2+x-6) + \frac{1}{2}(x^2+2x-15) \\ &= -3x^2-3x+18 + \frac{1}{2}x^2+x-\frac{15}{2} \\ &= -\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{21}{2} \end{aligned}$$

따라서 x 의 계수는 -2 이다.

14. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $(a+3)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8+2\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned}a &= \sqrt{7} - 2 \\(a+3)^2 &= (\sqrt{7} - 2 + 3)^2 = (\sqrt{7} + 1)^2 \\&= 7 + 2\sqrt{7} + 1 \\&= 8 + 2\sqrt{7}\end{aligned}$$

15. x 가 -2 이상 3 이하의 정수일 때, $x^2 - x - 2 = 0$ 의 근은?

① $x = -1$

② $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = -2$

④ $x = 2$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 을 대입해 보면 성립하는 것은 $x = -1$,
 $x = 2$ 일 때이다.

16. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{5}$ 일 때 a 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + a = 0$ 에 $1 - \sqrt{5}$ 를 대입하면

$$(1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5}) + a = 0$$

$$1 - 2\sqrt{5} + 5 - 2 + 2\sqrt{5} + a = 0$$

$$\therefore a = -4$$

17. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② -2

③ 2

④ 10

⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$

두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$

$\therefore a - b = -10$

18. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 한 근을 a , $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2 - 2b^2 + 2a + 3b$ 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

해설

a 가 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2a^2 + 4a - 7 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a = \frac{7}{2}$$

b 가 $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$4b^2 - 6b - 3 = 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 - 2b^2 + 2a + 3b = (a^2 + 2a) - (2b^2 - 3b)$$

$$= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2$$

19. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 해 중 부등식 $2(4 - x) > x - 2$ 를 만족하는 것을 구하면?

① $x = 2$ ② $x = 3$ ③ $x = 4$ ④ $x = 5$ ⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 2, 5$$

$$2(4 - x) > x - 2$$

$$-3x > -10$$

$$\therefore x < \frac{10}{3}$$

따라서 구하는 값은 $x = 2$ 이다.

20. 다음 이차방정식을 풀면?

$(2x-3)^2 = (2x+1)(x-9) + 25$

- ① $x = -1$ 또는 $x = 7$

② $x = -1$ 또는 $x = -7$

③ $x = 1$ 또는 $x = \frac{5}{2}$

④ $x = 1$ 또는 $x = -\frac{7}{2}$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = 5$

해설

전개해서 정리하면 $2x^2 + 5x - 7 = 0$

$(2x + 7)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -\frac{7}{2}$ 또는 $x = 1$

21. 다음은 이차방정식 $2x^2+x-3=0$ 의 해를 구하는 과정이다. $a+b+c+d$ 의 값은?

$$2x^2+x-3=0$$
$$(ax+b)(cx+d)=0$$
$$x=-\frac{b}{a} \text{ 또는 } x=-\frac{d}{c}$$

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$2x^2+x-3=0$ 를 인수분해하면 $(2x+3)(x-1)=0$ 이다.
따라서 $a=2, b=3, c=1, d=-1$ 이거나 $a=1, b=-1, c=2, d=3$ 이 된다.
어느 경우이든 $a+b+c+d=5$ 이다.

22. 이차방정식 $x^2 + (x+2)^2 = 7x + 3$ 의 두 근이 $a, b(a > b)$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 2bx - 2a = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

전개하여 정리하면

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } \frac{1}{2}$$

두근이 $a, b(a > b)$ 이므로

$$a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$x^2 - 2bx - 2a = 0$ 에 대입하면

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 곱은 -2 이다.

23. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 5 = 0$ 의 두 근이 $x = 2$, $x = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(x - 2)(x - b) = 0$$

$$x^2 - (2 + b)x + 2b = 0$$

$$2 + b = -a, \quad 2b = -a - 5$$

$$\therefore b = -3, \quad a = 1$$

$$\therefore a + b = -2$$

24. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$ 을 만족하는 x 의

값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{3}{2}$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$$

$$2x(x-3) - 4(x+1) = x+17$$

$$2x^2 - 6x - 4x - 4 = x+17$$

$$2x^2 - 11x - 21 = 0$$

$$(x-7)(2x+3) = 0$$

따라서 $x = 7$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$ 이다.

25. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-2 & x+3 \\ 3 & x \end{vmatrix} = -8x+31$ 을 만족하는 x 의 값들의 합을 구하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{vmatrix} x-2 & x+3 \\ 3 & x \end{vmatrix} = -8x+31$$

$$x(x-2) - 3(x+3) = -8x+31$$

$$x^2 - 2x - 3x - 9 = -8x + 31$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x-5)(x+8) = 0$$

따라서 $x = 5$ 또는 $x = -8$ 이다.

따라서 x 의 값들의 합은 $5 + (-8) = -3$ 이다.

26. 이차방정식 $x^2+x-20=0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $(2a+b)^2-(a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2+x-20=0, (x+5)(x-4)=0$$

$$x=-5 \text{ 또는 } x=4$$

$$a=4, b=-5$$

$$\begin{aligned}\therefore (2a+b)^2-(a+b)^2 &= (2 \times 4 - 5)^2 - (4 - 5)^2 \\ &= 9 - 1 = 8\end{aligned}$$

27. $\sqrt{25}$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b , $\sqrt{(-169)^2}$ 의 음의 제곱근을 c 라 할 때, $bc - \sqrt{5}a$ 의 제곱근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\pm \sqrt{34}$

해설

$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{5} \therefore a = \sqrt{5}$
 $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$ 의 제곱근은 $\pm 3 \therefore b = -3$
 $\sqrt{(-169)^2} = 169$ 의 제곱근은 $\pm 13 \therefore c = -13$
 $bc - \sqrt{5}a = (-3) \times (-13) - \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 34$ 이므로
34의 제곱근은 $\pm \sqrt{34}$ 이다.

28. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3}-1)a+2b=0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=0$

▷ 정답 : $b=0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a+(-a+2b)=0$ 이므로 $a=0, b=0$

29. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타낼 때, $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + \cdots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\begin{aligned} f(1), f(2), f(3) &= 1 \\ f(4), f(5), f(6), f(7), f(8) &= 2 \\ f(9), f(10) &= 3 \\ \therefore 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 &= 19 \end{aligned}$$

30. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면?

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a = \sqrt{18} - 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$a + b = \sqrt{18}$$

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a(a + b)(a - b) + b(a + b)(a - b)} \\ &= \frac{(a - b)(a + b)^2 - b}{a - b} \\ &= (a + b)^2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

31. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

32. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x = 6, y = -4$	㉡ $x = 6, y = 4$
㉢ $x = -6, y = -4$	㉣ $x = -6, y = 4$
㉤ $x = 4, y = 6$	㉥ $x = -4, y = 6$

- ① 한 개도 없다.
- ② 2 개
- ㉢ 3 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3개이다.

33. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=29$

해설

한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면
 $4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$
 $2m^2 + 10m - 12 = 0$
 $m^2 + 5m - 6 = 0$
 $(m+6)(m-1) = 0$
 $m = -6$ 또는 $m = 1$
i) $m = 1$ 일 때,
 $2x^2 - 8 = 0$
 $x^2 = 4$
 $x = 2$ 또는 $x = -2$ ($-2 < 0$ 이므로 부적합)
ii) $m = -6$ 일 때,
 $-5x^2 + 14x - 8 = 0$
 $5x^2 - 14x + 8 = 0$
 $(x-2)(5x-4) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = \frac{4}{5}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)
따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$
 $\therefore a = 24, b = 5$
 $\therefore a + b = 15 + 2 = 29$