

1. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 13개이다.} \end{aligned}$$

2. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ -16

④ 4

⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

3. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉, $f(2) = 0$ 을 만족시키는 k 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

4. $(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$,
 $(x + 3y) + (-3x + 2y)i = 1 + 8i$ 에서
복소수의 상등에 의하여
 $x + 3y = 1, -3x + 2y = 8$ 이고
연립하여 풀면 $y = 1, x = -2$
 $\therefore x + y = -1$

5. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$ 이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

① -8

② -4

③ -2

④ 5

⑤ 2

해설

$$x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$$

$$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(1 - k)x^2 + 7x + 3 = 0$$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1 - k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D < 0$ 이어야 하므로

$$D = 7^2 - 4 \cdot (1 - k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$$

$$37 + 12k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{37}{12}$$

따라서 최대정수는 -4이다.

6. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

7. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 은 $x = 2$ 일 때 최댓값 5를 가진다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$y = ax^2 + bx - 3 = a(x - 2)^2 + 5 \\ = ax^2 - 4ax + 4a + 5 \text{ 이므로}$$

$$b = -4a, \quad -3 = 4a + 5$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = 8$

$$\therefore a + b = 6$$

8. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

9. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 5x - 3$ 이고 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

두 다항식을 A, B 라고 하면
 $A + B = (a + b)G, L = abG,$
즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.
 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$
 $2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$
 $\therefore G = x - 3$

10. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50} - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i,$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (-i)^{50} + i^{50} - (-i)^{100} \\ &= \{(-i)^2\}^{25} + (i^2)^{25} - \{(-i)^2\}^{50} \\ &= -1 - 1 - 1 = -3 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 한다. $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하시오.

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과계수와 관계로부터
 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = -1$

2와 -1을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - (2 - 1)x + 2 \cdot (-1) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + ax + b = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

12. 이차방정식 $x^2 + 4x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① -14 ② -13 ③ -12 ④ -11 ⑤ -10

해설

한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b - \sqrt{2}i$ 이다.

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2b = -4, \quad b^2 + 2 = a$$

$$\therefore a = 6, \quad b = -2, \quad ab = -12$$

13. 이차방정식 $x^2 + (m + 1)x + (m + 4) = 0$ 의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 m 의 범위는?

- ① $-5 < m \leq -3$
- ② $-4 < m \leq -3$
- ③ $-4 < m \leq -2$
- ④ $-4 < m \leq -1$
- ⑤ $-4 < m \leq 0$

해설

두 근을 α, β 라 하면
 $\alpha + \beta = -(m + 1) \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\alpha\beta = m + 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\alpha > 0, \beta > 0$ 이므로 $D \geq 0, \alpha + \beta > 0, \alpha\beta > 0$
(i) $D \geq 0$
 $(m + 1)^2 - 4(m + 4) > 0$
 $m^2 - 2m - 15 \geq 0$
 $(m + 3)(m - 5) \geq 0$
 $m \leq -3$ 또는 $m \geq 5 \cdots \textcircled{3}$
(ii) $\alpha + \beta > 0$
 $\textcircled{1}$ 에서 $-(m + 1) > 0 \therefore m < -1 \cdots \textcircled{4}$
(iii) $\alpha\beta > 0$
 $\textcircled{2}$ 에서 $m + 4 > 0 \therefore m > -4 \cdots \textcircled{5}$
 $\therefore \textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}$ 에서
 $-4 < m \leq -3$

14. 다음 사차방정식을 풀 때 근이 아닌 것을 구하면?

$$(x^2 - 2x)^2 - 6(x^2 - 2x) - 16 = 0$$

- ① 4 ② -4 ③ -2 ④ $1 + i$ ⑤ $1 - i$

해설

$x^2 - 2x = X$ 로 놓으면 주어진 방정식은
 $X^2 - 6X - 16 = 0, (X - 8)(X + 2) = 0$
 $\therefore x = 8$ 또는 $X = -2$
(i) $X = 8$ 일 때 $x^2 - 2x = 8$ 에서 $(x - 4)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = -2$
(ii) $X = -2$ 일 때 $x^2 - 2x = -2$ 에서 $x^2 - 2x + 2 = 0$
 $\therefore x = 1 \pm i$
따라서 (i), (ii) 에서 $x = 4$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1 \pm i$

15. 방정식 $x^3 = 8$ 의 한 허근을 α 라 할 때, $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$ 의 값은?

① $-1 \pm \sqrt{3}i$

② $1 \pm \sqrt{3}i$

③ $3 \pm \sqrt{3}i$

④ $6 \pm \sqrt{3}i$

⑤ $9 \pm \sqrt{3}i$

해설

$\alpha^3 = 8$ 에서 $(\alpha - 2)(\alpha^2 + 2\alpha + 4) = 0$,
 α 는 $\alpha^2 + 2\alpha + 4 = 0$ 의 근이다.

$\therefore \alpha = -1 \pm \sqrt{3}i$

이 때, $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$

$= 1 + \alpha + (-2\alpha - 4) + 8$

$= 5 - \alpha$

$= 5 - (-1 \pm \sqrt{3}i)$

$= 6 \mp \sqrt{3}i$