1. 세 수 $a = \sqrt{8},\ b = 2 + \sqrt{2},\ c = 3$ 의 대소 관계를 나타내면?

① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $c < a < b$

④ $c < b < a$ ⑤ $b < a < c$

해설

$3 = \sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8} < 3$, $b - c = 2 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2} - 1 > 0$이므로 $b > c$

$\therefore\ a < c < b$

2. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$　② $a < c < b$　③ $b < a < c$

④ $b < c < a$　⑤ $c < a < b$

해설

$1 < a < 2$ 이고

$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$

$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$

$\therefore\ 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$

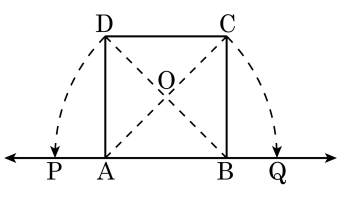
$\therefore\ 1 < c < 2$

$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ a > c$

$\therefore\ c < a < b$

3. 다음 그림에서 사각형ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. 점 P 에 대응하는 수가 $5-3\sqrt{2}$ 이고 $\overline{AC}=\overline{AQ}$, $\overline{DB}=\overline{BP}$ 일 때, 점 Q 에 대응하는 수는?



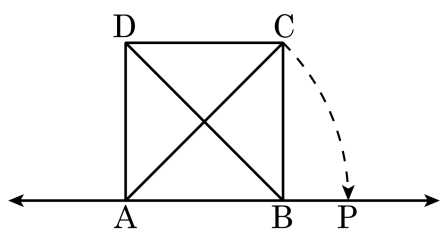
① $5-\sqrt{2}$ ② $5-2\sqrt{2}$ ③ $4-\sqrt{2}$

④ $4-2\sqrt{2}$ ⑤ $3-2\sqrt{2}$

해설

사각형 ABCD 의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$
P$(5-3\sqrt{2})$
B 는 P 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점
A 는 B 보다 1 만큼 왼쪽에 위치한 점
$\therefore$ B$(5-2\sqrt{2})$, A$(4-2\sqrt{2})$
Q 는 A 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점이므로 Q$(4-\sqrt{2})$

4. 다음 그림에서 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이다. 점 B 에 대응하는 수가 $2 + \sqrt{2}$ 일 때, 점 P 에 대응하는 수가 $a + b\sqrt{2}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 3$

해설

점 A 의 좌표는 $2 + \sqrt{2} - 1 = 1 + \sqrt{2}$
점 P 의 좌표는 $(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{2}$ 이므로 $a + b = 3$ 이다.

5. $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}}=a\sqrt{3}+b\sqrt{10}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

① $-\dfrac{17}{10}$ ② 0 ③ $\dfrac{3}{10}$ ④ $\dfrac{13}{10}$ ⑤ $\dfrac{23}{10}$

해설

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$$
$$=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{6})\sqrt{5}-(\sqrt{2}-\sqrt{15})\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$$
$$=\frac{5-\sqrt{30}+\sqrt{30}-2}{\sqrt{10}}$$
$$=\frac{3}{\sqrt{10}}$$
$$=\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$\therefore\ a=0$, $b=\dfrac{3}{10}$ 이므로 $a+b=\dfrac{3}{10}$

6. $x=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{4}, y=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{4}$ 일 때, $\dfrac{x+y}{\sqrt{7}}+\dfrac{x-y}{\sqrt{5}}$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x+y=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{4}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{4}=\dfrac{2\sqrt{7}}{4}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

$x-y=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{4}-\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{4}=\dfrac{2\sqrt{5}}{4}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(준식)$=\dfrac{\sqrt{7}}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{7}}+\dfrac{\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$

7. $\sqrt{6}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $2(a-\sqrt{6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$2 < \sqrt{6} < 3$

$a = \sqrt{6} - 2$

$2(a - \sqrt{6}) = 2(\sqrt{6} - 2 - \sqrt{6}) = -4$

8. $\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 a , 소수부분을 b 라고 할 때, $a\left(\sqrt{5}-b\right)$ 의 값을 구하면 ?

① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 10

해설

$\sqrt{5}$ 의 정수부분 $a=2$, 소수 부분$b=\sqrt{5}-2$ 이다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2\left\{\sqrt{5}-\left(\sqrt{5}-2\right)\right\} \\ &= 2\left(\sqrt{5}-\sqrt{5}+2\right) \\ &= 2\times 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

9. $x^2 - 2x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$x - \frac{1}{x} = 2$,

$\therefore\ x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$

10. $x+y=3$, $(x+3)(y+3)=21$ 일 때, x^2+xy+y^2 의 값을 구하여라.

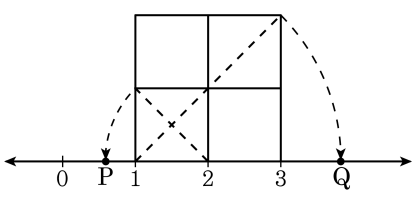
▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x+y=3$, $(x+3)(y+3)=21$ 에서
$xy+3(x+y)+9=21$
$xy=3$
$x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy$
$=9-3=6$
$\therefore$ 6

11. 다음 그림에서 P 의 좌표를 a , Q 의 좌표를 b 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $-3 - 8\sqrt{2}$

해설

$a = 2 - \sqrt{2},\ b = 1 + 2\sqrt{2}$
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
$= (2 - \sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2})(2 - \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2})$
$= (3 + \sqrt{2})(1 - 3\sqrt{2})$
$= 3 + \sqrt{2} - 9\sqrt{2} - 6 = -3 - 8\sqrt{2}$

12. $a = \dfrac{1}{\sqrt{2}+1},\ b = \dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1,\ b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1+\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

13. $x^2y - y - 2 + 2x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x+1$ ③ x^2-1

④ $y-2$ ⑤ $y+2$

해설

(준식) $= x^2y + 2x^2 - y - 2$

$= x^2(y+2) - (y+2)$

$= (x^2-1)(y+2)$

$= (x+1)(x-1)(y+2)$

14. 다음 식을 인수분해하여라.

$3a^2 - 3b^2 - 8ab + 5bc + 15ac$

▶ 답 :

▷ 정답 : $(3a + b)(a - 3b + 5c)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3a^2 - 8ab - 3b^2 + 15ac + 5bc \\ &= (3a + b)(a - 3b) + 5c(3a + b) \\ &= (3a + b)(a - 3b + 5c)\end{aligned}$$

15. $x^2+3x=5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3)-3$ 의 값은?

① 21 ② 32 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$(x^2+3x)(x^2+3x+2)-3=5(5+2)-3=32$

16. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m=1$

해설

$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+m$
$=(x-1)(x-4)(x-2)(x-3)+m$
$=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)+m$

$x^2-5=t$ 로 치환하면
$(t+4)(t+6)+m$
$t^2+10t+24+m$
$t^2+10t+24+m=(t+5)^2$
$24+m=5^2$
$\therefore m=1$ 이다.

17. $\sqrt{18}+3$과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a, $2\sqrt{7}$과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 2 ③ 0 ④ −2 ⑤ −4

해설

① $\sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2)=\sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2>0$
$\therefore \sqrt{18}+3>\sqrt{15}-2$
② $2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1=\sqrt{28}-\sqrt{18}+1>0$
$\therefore 2\sqrt{7}>3\sqrt{2}-1$
$\therefore a=\sqrt{18}+3=3\sqrt{2}+3, b=3\sqrt{2}-1$
$b-a=3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3)=-4$ 이다.

18. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

$a - b = \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right)$

① $= \sqrt{7} - 3$

$= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$

$\therefore a - b < 0$

$b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right)$

② $= -\sqrt{7} + 3$

$= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore b - a > 0$

③ (좌변)$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$

(우변)$= 3 = \sqrt{9}$

$\therefore b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$

$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore ab < 0$

⑤ $a + 1 = \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1$

$= \sqrt{8} - 2$

$= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$

$\therefore a + 1 > 0$

19. $a-b=\sqrt{3}+2$ 일 때, $a^2+b^2-2ab-4a+4b+4$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a-b)^2-4(a-b)+4\\ &= \{(a-b)^2-2\}^2\\ &= \left\{\left(\sqrt{3}+2\right)-2\right\}\\ &= 3\end{aligned}$$

20. $b-a=\sqrt{3}$, $ab=1$ 이고, $(b+a)b^2-(a+b)a^2=m\sqrt{3}$이라 할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m=7$

해설

$$\begin{aligned}(b+a)^2 &= (b-a)^2+4ab \\ &= (\sqrt{3})^2+4=7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b+a)b^2-(a+b)a^2 &= (b+a)(b^2-a^2) \\ &= (b+a)^2(b-a) \\ &= 7\sqrt{3}=m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m=7$ 이다.