

1. 세 수 $a = \sqrt{8}$, $b = 2 + \sqrt{2}$, $c = 3$ 의 대소 관계를 나타내면?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $c < a < b$

④ $c < b < a$

⑤ $b < a < c$

해설

$3 = \sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{8} < 3$, $b - c = 2 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2} - 1 > 0$ 이므로
 $b > c$

$\therefore a < c < b$

2. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < a < c$

④ $b < c < a$

⑤ $c < a < b$

해설

$$1 < a < 2 \text{ 이고}$$

$$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$$

$$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$$

$$\therefore 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$$

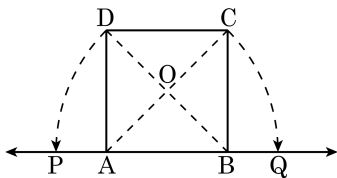
$$\therefore 1 < c < 2$$

$$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

3. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. 점 P 에 대응하는 수가 $5 - 3\sqrt{2}$ 이고 $\overline{AC} = \overline{AQ}$, $\overline{DB} = \overline{BP}$ 일 때, 점 Q 에 대응하는 수는?



① $5 - \sqrt{2}$

② $5 - 2\sqrt{2}$

③ $4 - \sqrt{2}$

④ $4 - 2\sqrt{2}$

⑤ $3 - 2\sqrt{2}$

해설

사각형 ABCD 의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$

P($5 - 3\sqrt{2}$)

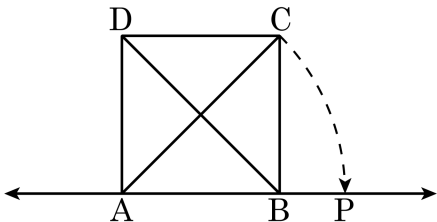
B 는 P 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점

A 는 B 보다 1 만큼 왼쪽에 위치한 점

$\therefore B(5 - 2\sqrt{2}), A(4 - 2\sqrt{2})$

Q 는 A 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점이므로 $Q(4 - \sqrt{2})$

4. 다음 그림에서 ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이다. 점 B에 대응하는 수가 $2 + \sqrt{2}$ 일 때, 점 P에 대응하는 수가 $a + b\sqrt{2}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b = 3$

해설

점 A의 좌표는 $2 + \sqrt{2} - 1 = 1 + \sqrt{2}$

점 P의 좌표는 $(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{2}$ 이므로 $a + b = 3$ 이다.

5. $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{15}}{\sqrt{5}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{10}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① $-\frac{17}{10}$

② 0

③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{13}{10}$

⑤ $\frac{23}{10}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{15}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{6})\sqrt{5} - (\sqrt{2} - \sqrt{15})\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{5 - \sqrt{30} + \sqrt{30} - 2}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 0, b = \frac{3}{10} \text{ 이므로 } a + b = \frac{3}{10}$$

6. $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4}, y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4}$ 일 때, $\frac{x+y}{\sqrt{7}} + \frac{x-y}{\sqrt{5}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x + y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{7}}{4} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$x - y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4} - \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$(\text{준식}) = \frac{\sqrt{7}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

7. $\sqrt{6}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $2(a - \sqrt{6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$a = \sqrt{6} - 2$$

$$2(a - \sqrt{6}) = 2(\sqrt{6} - 2 - \sqrt{6}) = -4$$

8. $\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 a , 소수부분을 b 라고 할 때, $a(\sqrt{5} - b)$ 의 값을 구하면 ?

① 2

② $\sqrt{5}$

③ 4

④ $2\sqrt{5}$

⑤ 10

해설

$\sqrt{5}$ 의 정수부분 $a = 2$, 소수 부분 $b = \sqrt{5} - 2$ 이다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2 \{ \sqrt{5} - (\sqrt{5} - 2) \} \\ &= 2 (\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2) \\ &= 2 \times 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

9. $x^2 - 2x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x - \frac{1}{x} = 2,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$$

10. $x + y = 3$, $(x + 3)(y + 3) = 21$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x + y = 3, (x + 3)(y + 3) = 21 \text{ 에서}$$

$$xy + 3(x + y) + 9 = 21$$

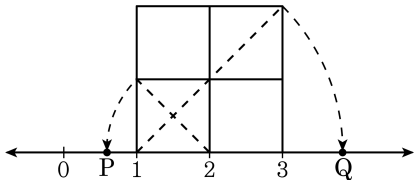
$$xy = 3$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy$$

$$= 9 - 3 = 6$$

$$\therefore 6$$

11. 다음 그림에서 P의 좌표를 a , Q의 좌표를 b 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 - 8\sqrt{2}$

해설

$$a = 2 - \sqrt{2}, b = 1 + 2\sqrt{2}$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$= (2 - \sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2})(2 - \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2})$$

$$= (3 + \sqrt{2})(1 - 3\sqrt{2})$$

$$= 3 + \sqrt{2} - 9\sqrt{2} - 6 = -3 - 8\sqrt{2}$$

12. $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

13. $x^2y - y - 2 + 2x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x^2 - 1$

④ $y - 2$

⑤ $y + 2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2y + 2x^2 - y - 2 \\&= x^2(y + 2) - (y + 2) \\&= (x^2 - 1)(y + 2) \\&= (x + 1)(x - 1)(y + 2)\end{aligned}$$

14. 다음 식을 인수분해하여라.

$$3a^2 - 3b^2 - 8ab + 5bc + 15ac$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $(3a + b)(a - 3b + 5c)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3a^2 - 8ab - 3b^2 + 15ac + 5bc \\&= (3a + b)(a - 3b) + 5c(3a + b) \\&= (3a + b)(a - 3b + 5c)\end{aligned}$$

15. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

① 21

② 32

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

16. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $m = 1$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m \\ &= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) + m \\ &= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) + m \end{aligned}$$

$x^2 - 5 = t$ 로 치환하면

$$(t+4)(t+6) + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m = (t+5)^2$$

$$24 + m = 5^2$$

$\therefore m = 1$ 이다.

17. $\sqrt{18}+3$ 과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a , $2\sqrt{7}$ 과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 4

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2)=\sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2>0$$

$$\therefore \sqrt{18}+3>\sqrt{15}-2$$

$$\textcircled{2} \quad 2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1=\sqrt{28}-\sqrt{18}+1>0$$

$$\therefore 2\sqrt{7}>3\sqrt{2}-1$$

$$\therefore a=\sqrt{18}+3=3\sqrt{2}+3, b=3\sqrt{2}-1$$

$$b-a=3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3)=-4 \text{ 이다.}$$

18. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ ① \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a - b < 0$$

$$\begin{aligned} b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ ② \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore b - a > 0$$

$$\begin{aligned} ③ \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ④ \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ ⑤ \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a + 1 > 0$$

19. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\&= \{(a - b)^2 - 2\}^2 \\&= \{(\sqrt{3} + 2) - 2\}^2 \\&= 3\end{aligned}$$

20. $b - a = \sqrt{3}$, $ab = 1$ 이고, $(b + a)b^2 - (a + b)a^2 = m\sqrt{3}$ 이라 할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $m = 7$

해설

$$\begin{aligned}(b + a)^2 &= (b - a)^2 + 4ab \\ &= (\sqrt{3})^2 + 4 = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b + a)b^2 - (a + b)a^2 &= (b + a)(b^2 - a^2) \\ &= (b + a)^2(b - a) \\ &= 7\sqrt{3} = m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m = 7$ 이다.