

1. 세 수 $a = \sqrt{8}$, $b = 2 + \sqrt{2}$, $c = 3$ 의 대소 관계를 나타내면?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $c < a < b$

④ $c < b < a$

⑤ $b < a < c$

해설

$3 = \sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{8} < 3$, $b - c = 2 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2} - 1 > 0$ 이므로 $b > c$

$\therefore a < c < b$

2. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < a < c$

④ $b < c < a$

⑤ $c < a < b$

해설

$$1 < a < 2 \text{ 이고}$$

$$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$$

$$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$$

$$\therefore 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$$

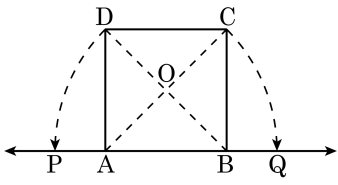
$$\therefore 1 < c < 2$$

$$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

3. 다음 그림에서 사각형ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 점 P에 대응하는 수가 $5 - 3\sqrt{2}$ 이고 $\overline{AC} = \overline{AQ}$, $\overline{DB} = \overline{BP}$ 일 때, 점 Q에 대응하는 수는?

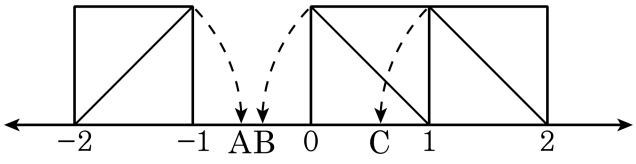


- ① $5 - \sqrt{2}$ ② $5 - 2\sqrt{2}$ ③ $4 - \sqrt{2}$
 ④ $4 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3 - 2\sqrt{2}$

해설

사각형 ABCD의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$
 $P(5 - 3\sqrt{2})$
 B는 P보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점
 A는 B보다 1만큼 왼쪽에 위치한 점
 $\therefore B(5 - 2\sqrt{2}), A(4 - 2\sqrt{2})$
 Q는 A보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점이므로 $Q(4 - \sqrt{2})$

4. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. A, B, C 세 점의 좌표를 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 를 구하면?



- ☒ ① $1 - \sqrt{2}$
 ☐ ② $2 - \sqrt{2}$
 ☐ ③ $1 - 2\sqrt{2}$
☐ ④ $2 - 2\sqrt{2}$
 ☐ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$a = -2 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}, c = 2 - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + b + c = -2 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$$

5. $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{10}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{17}{10}$ ② 0 ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{13}{10}$ ⑤ $\frac{23}{10}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{6})\sqrt{5} - (\sqrt{2}-\sqrt{15})\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{5 - \sqrt{30} + \sqrt{30} - 2}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \\ \therefore a &= 0, b = \frac{3}{10} \text{ 이므로 } a+b = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

6. $a = -\sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$ 일 때, $a(a - 2b) - 3b^2$ 의 값은?

- ① $-18 - 2\sqrt{5}$ ② $-18 + 2\sqrt{15}$ ③ $-12 + 2\sqrt{15}$
④ $18 - 2\sqrt{15}$ ⑤ $18 + 2\sqrt{15}$

해설

$$(\text{준식}) = a(a - 2b) - 3b^2 = a^2 - 2ab - 3b^2$$

$a = -\sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$ 를 대입하면

$$(\text{준식}) = 3 - 2 \times (-\sqrt{3} \sqrt{5}) - 3 \times 5 = -12 + 2\sqrt{15}$$

7. $\sqrt{6}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $2(a - \sqrt{6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$a = \sqrt{6} - 2$$

$$2(a - \sqrt{6}) = 2(\sqrt{6} - 2 - \sqrt{6}) = -4$$

8. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분이 5 일 때, 자연수 x 의 값이 아닌 것은?

- ① 25 ② 27 ③ 31 ④ 34 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= 5. \times \times \\ 5 \leq \sqrt{x} < 6 &\rightarrow 25 \leq x < 36 \end{aligned}$$

9. $x^2 - 2x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x - \frac{1}{x} = 2,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$$

10. $x + y = 3$, $(x + 3)(y + 3) = 21$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x + y = 3$, $(x + 3)(y + 3) = 21$ 에서

$xy + 3(x + y) + 9 = 21$

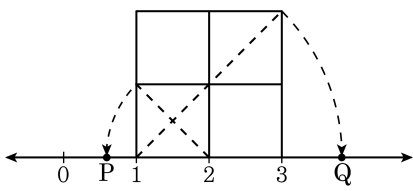
$xy = 3$

$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy$

$= 9 - 3 = 6$

$\therefore 6$

11. 다음 그림에서 P의 좌표를 a , Q의 좌표를 b 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 - 8\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a &= 2 - \sqrt{2}, \quad b = 1 + 2\sqrt{2} \\ a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \\ &= (2 - \sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2})(2 - \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2}) \\ &= (3 + \sqrt{2})(1 - 3\sqrt{2}) \\ &= 3 + \sqrt{2} - 9\sqrt{2} - 6 = -3 - 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

12. $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

13. $x^2y - y - 2 + 2x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x^2 - 1$

④ $y - 2$

⑤ $y + 2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2y + 2x^2 - y - 2 \\ &= x^2(y + 2) - (y + 2) \\ &= (x^2 - 1)(y + 2) \\ &= (x + 1)(x - 1)(y + 2)\end{aligned}$$

14. 다음 보기 중 $xy(2x + 3y) - xy(x + y)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ xy	㉡ $x + y$	㉢ $x + 2y$
㉤ $2x + 3y$	㉦ $x(x + 2y)$	㉨ $y(x + y)$

- ① ㉢, ㉨ ② ㉠, ㉢, ㉦ ③ ㉠, ㉡, ㉨
④ ㉡, ㉤, ㉦ ⑤ ㉢, ㉦, ㉨

해설

$$\begin{aligned} xy(2x + 3y) - xy(x + y) &= xy\{(2x + 3y) - (x + y)\} \\ &= xy(x + 2y) \end{aligned}$$

15. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

- ① 21 ② 32 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

16. 다음 식을 인수분해하면?

$$(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)-40$$

- ① $(x+3)^2(x^2+4)$
- ② $(x-3)^2(x^2+4)$
- ③ $(x+3)(x-3)(x^2+4)$
- ④ $(x+3)(x-3)(x+2)(x-2)$
- ⑤ $(x+2)(x-2)(x^2+3)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-4)(x^2-1)-40 &= x^4-5x^2-36 \\ &= (x^2-9)(x^2+4) \\ &= (x+3)(x-3)(x^2+4)\end{aligned}$$

17. $\sqrt{18}+3$ 과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a , $2\sqrt{7}$ 과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2)=\sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2>0$$

$$\therefore \sqrt{18}+3>\sqrt{15}-2$$

$$\textcircled{2} \quad 2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1=\sqrt{28}-\sqrt{18}+1>0$$

$$\therefore 2\sqrt{7}>3\sqrt{2}-1$$

$$\therefore a=\sqrt{18}+3=3\sqrt{2}+3, b=3\sqrt{2}-1$$

$$b-a=3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3)=-4 \text{ 이다.}$$

18. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \textcircled{1} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \textcircled{2} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \textcircled{3} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \textcircled{4} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \textcircled{5} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

19. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\&= \{(a - b)^2 - 2\}^2 \\&= \{(\sqrt{3} + 2) - 2\}^2 \\&= 3\end{aligned}$$

20. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$