

1. 임의의 x 에 대하여 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입 하면
 $-1 = a + b + c + d$
 $\therefore a + b + c + d = -1$

해설

$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
 $= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$
 $= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d$ 이므로
 $x^3 - 1$ 을 $x + 1$ 로 연속으로 나눌 때
차례대로 나오는 나머지가 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

-1	1	0	0	-1	
		-1	1	-1	
-1	1	-1	1	-2	← d
		-1	2		
-1	1	-2	3	← c	
		-1			
	1	-3	← b		
	↑				
	a				

2. 임의의 실수 x, y 에 대해서

$$y^{12} + 1 = x_0 + x_1(y - 1) + x_2(y - 1)^2 + x_3(y - 1)^3 + \cdots + x_{12}(y - 1)^{12}$$

이 성립할 때, $x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + x_{11}$ 의 값은?

- ① 2^{11}

② 2^{12}

③ 2^{13}

④ 3^{11}

⑤ 3^{12}

해설

$y = 2$ 대입: $2^{12} + 1 = x_0 + x_1 + x_2 + \cdots + x_{12}$

$y = 0$ 대입: $1 = x_0 - x_1 + x_2 - \cdots + x_{12}$

각변끼리 빼주면

$2^{12} = 2(x_1 + x_3 + x_5 + \cdots + x_{11})$ 이므로

$x_1 + x_3 + x_5 + \cdots + x_{11} = 2^{12-1} = 2^{11}$

3. 등식 $\frac{2x^2 + 13x}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+2}$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

양변에 $(x+2)(x-1)^2$ 을 곱하면
 $2x^2 + 13x = A(x-1)(x+2) + B(x+2) + C(x-1)^2$ 에서
 $x = 1, -2, 0$ 을 차례로 대입하여 A, B, C 를 구하면
 $B = 5, C = -2, A = 4$
 $\therefore A+B+C = 7$

4. $x^3 - x^2 + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$ 가 x 에 대한항등식이 되도록 실수 $a + b + c + p$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

양변에 $x = p$ 를 대입하면
 $p^3 - p^2 + 2 = 0$
 $(p+1)(p^2 - 2p + 2) = 0 \therefore p = -1$
따라서 주어진 식은
 $x^3 - x^2 + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1)$
양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $2 = a + b + c$
 $\therefore a + b + c + p = 1$

해설

$a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$
 $= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$
 $\therefore (x+1)(x^2 - 2x + 2)$
 $= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$
양변을 비교하면, $x+1 = x-p$,
 $x^2 - 2x + 2 = a(x-p)^2 + b(x-p) + c$
 $\therefore p = -1$
또 $x^2 - 2x + 2 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$
 $\qquad \qquad \qquad = ax^2 + (2a+b)x + a+b+c$
 $\therefore a = 1, 2a+b = -2, a+b+c = 2$
 $\therefore b = -4, c = 5$
따라서 $a = 1, b = -4, c = 5, p = -1$
 $\therefore a + b + c + p = 1$

5. 다항식 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) - 2f(x+1) + f(x) = 2x$, $f(0) = 1$, $f(1) = 0$ 이 성립할 때, $2a - b + 2c - d$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$f(0) = 1$ 이므로 $d = 1$
 $f(1) = 0$ 이므로 $a + b + c = -1 \dots \textcircled{1}$
 $f(x+2) - 2f(x+1) + f(x) = 2x$ 에서
 $x = -1$ 을 대입하면 $f(-1) = 0$ 이므로
 $-a + b - c = -1 \dots \textcircled{2}$
 $x = 0$ 을 대입하면 $f(2) = -1$ 이므로
 $8a + 4b + 2c = -2 \dots \textcircled{3}$
①, ②, ③을 연립하여 풀면
 $\therefore a = \frac{1}{3}, b = -1, c = -\frac{1}{3}, d = 1$
 $\therefore 2a - b + 2c - d = 0$

6. 다항식 $x^{2005} + x^5 + x^3 + 1$ 을 삼차식 $x^3 + x^2 + x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?
- ① $x^2 - 3$ ② $x^2 + x - 2$ ③ $-x^2 - 1$
④ $-x^2 + x$ ⑤ $x - 1$

해설

$x^{2005} + x^5 + x^3 + 1 = (x^3 + x^2 + x + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c = (x + 1)(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$ 양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $a - b + c = -2 \cdots \textcircled{1}$
 $(x^2)^{1002} \times x + (x^2)^2 \times x + x^2 \times x + 1 = (x + 1)(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$ 에서 양변에 $x^2 = -1$ 을 대입하면 $x + x - x + 1 = -a + bx + c$
 $x + 1 = bx + c - a$
 $\therefore b = 1, c - a = 1 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a = -1, b = 1, c = 0$
 $\therefore$ 구하는 나머지는 $-x^2 + x$

해설

$x^{2005} + x^5 + x^3 + 1 = (x^3 + x^2 + x + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c = (x + 1)(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$
양변에 $x^2 = -1$ 을 대입하면 좌변이 $x + 1$
즉, 좌변의 식을 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 1$
따라서 $ax^2 + bx + c = a(x^2 + 1) + x + 1$
 $x^{2005} + x^5 + x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 + 1)Q(x) + a(x^2 + 1) + x + 1 = (x^2 + 1)((x + 1)Q(x) + a) + x + 1$
양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $-2 = 2a$
 $\therefore a = -1$
 $\therefore$ 구하는 나머지는 $-x^2 + x$

7. $f(x) = x^2 + a$ 에 대하여 $f(x^2)$ 은 $f(x)$ 로 나누어 떨어진다. 이 때, $f(0)$ 를 구하면? (단, $a \neq 0$)

① 2

② -2

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 + a$ 에서 $f(x^2) = x^4 + a$
 $f(x^2)$ 은 $f(x)$ 로 나누어 떨어지므로
 $x^4 + a = (x^2 + a)Q(x)$
양변에 $x^2 = -a$ 를 대입하면
 $a^2 + a = 0, a(a + 1) = 0$
 $\therefore a = -1 (\because a \neq 0)$
 $f(x) = x^2 - 1 \quad \therefore f(0) = -1$

8. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면
 $ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a = 0, b - 1 = 0$
 $\therefore a = 0, b = 1$
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$
 $\therefore b = 1, a = 0$

9. 두 조건 ㉠, ㉡를 모두 만족시키는 2차의 다항식 $f(x)$ 의 개수는?

㉠ $f(0) = -1$
㉡ $f(x^2)$ 은 $f(x)$ 로 나누어 떨어진다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다.

해설

$f(0) = -1$ 이므로
 $f(x) = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$)라 하면
 $f(x^2) = ax^4 + bx^2 - 1$ 이다.
 $f(x^2)$ 이 $f(x)$ 로 나누어 떨어지므로
그 몫을 $x^2 + cx + 1$ 이라 하면,
 $(ax^4 + bx^2 - 1) = (ax^2 + bx - 1)(x^2 + cx + 1)$
이 항등식이 되어야 한다.
계수비교에 의해 $ac + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $a + bc - 1 = b \cdots \textcircled{2}$
 $b - c = 0 \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{3}$ 에서 $c = b$, 이를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b(a + 1) = 0$
 $\therefore b = 0$ 또는 $a = -1$
(i) $b = 0$ 이면 $\textcircled{2}$ 에서 $a = 1$
(ii) $a = -1$ 이면 $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에서 $b^2 - b - 2 = 0$
 $\therefore b = 2$ 또는 -1
 $\therefore (a, b) = (1, 0), (-1, 2), (-1, -1)$ 의 3 쌍

10. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$$\begin{aligned} a &= 1999 \text{라 하면} \\ 1998 \times 1999 + 1 &= (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1 \\ \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

11. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1 일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

- ① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$ ② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$
③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$ ④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$
⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1\end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{ 로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

12. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

13. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

- ① $(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3$
- ② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$
- ③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4-8x^2+12$
- ④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=a^8-b^8$
- ⑤ $(a+b-c)(a-b+c)=a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned} &(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ &= (x^2-x-6)(x^2-x-2) \\ &x^2-x=Y \text{라 놓자.} \\ &(Y-6)(Y-2)=Y^2-8Y+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= x^4-2x^3-7x^2+8x+12 \end{aligned}$$

14. 다음 중에서 겹넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겹넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad \therefore d = \sqrt{14}$

$= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $(3x+2)(x-4)$ 로 나눈 나머지가 $-2x+1$ 일 때, $f(x^2+3)$ 을 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① 7 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -7

해설

$$f(x) = (3x+2)(x-4)Q(x) - 2x + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x^3+3) = (x-1)Q'(x) + R \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변에 } x=4 \text{를 대입하면 } f(4) = -7$$

$$\textcircled{2} \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } f(4) = R$$

$$\therefore R = -7$$

16. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

17. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+a$ 가 이차식의 완전제곱이 되도록 a 의 값을 정하면?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 15 ⑤ 16

해설

(준식) $= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) + a$
여기서, $x^2 - 8x + 7 = X$ 로 놓으면
(준식) $= X(X + 8) + a$
 $= X^2 + 8X + a = (X + 4)^2 + a - 16$
따라서 $a = 16$

18. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, $a < c$)

$$(x-a)^2(bx-x^2-1)=(x-c)^2(dx-x^2-1)$$

- ① -4 ② 4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 0

해설

$a < c$ 에서 $a \neq c$ 이므로 주어진 등식에서
 $x^2 - bx + 1 = (x - c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2$
 $x^2 - dx + 1 = (x - a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2$
 $\therefore a = -1, b = 2, c = 1, d = -2$
 $\therefore a + b + c + d = 0$

19. x 에 대한 항등식 $(x^2 - x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$ 에서 $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $-1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉠}$
양변에 $x = -1$ 을 대입하면,
 $1 = a_0 - a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$: $-2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$
 $\therefore a_1 + a_3 + a_5 = -1$

20. 다항식 $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 가 $x - \alpha$ 로 나누어떨어질 때,

$f(f(x))$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는?

- ① 0
- ② a_0
- ③ a_1
- ④ a_5
- ⑤ $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해 $f(\alpha) = 0$

$\therefore f(f(x))$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는 $f(f(\alpha))$

$f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$

21. 임의의 자연수 k 에 대하여 $x-k$ 로 나눈 나머지가 k 인 다항식 $f(x)$ 의 개수를 구하면?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 무수히 많다.

해설

나머지 정리에 의하여 임의의 자연수 k 에 대하여 $\therefore f(k) = k$
따라서 $g(x) = f(x) - x$ 로 두면 모든 자연수에 대해서 $g(x) = 0$
이 성립

$\therefore g(x) = 0$

즉, $f(x) = x$

$\therefore$ 1 개

22. x^{100} 을 $x + 2$ 로 나눈 몫을 $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{99}x^{99}$ 라 할 때,
 $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{99}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{5}(1 - 2^{100})$ ② $\frac{1}{6}(1 - 2^{100})$ ③ $\frac{1}{4}(1 - 2^{100})$
 ④ $\frac{1}{3}(1 - 2^{100})$ ⑤ 1

해설

(i) $f(x) = x^{100} = (x + 2)Q(x) + R$ 라 하면

$$f(-2) = 2^{100} = R$$

$$\therefore R = 2^{100}$$

$$f(1) = 3Q(1) + R$$

$$\therefore Q(1) = \frac{1}{3}(1 - R) = \frac{1}{3}(1 - 2^{100})$$

(ii) $Q(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_{99}x^{99}$

$$\therefore Q(1) = a_0 + a_1 + \cdots + a_{99}$$

$$\therefore a_0 + a_1 + \cdots + a_{99} = Q(1) = \frac{1}{3}(1 - 2^{100})$$

23. 삼차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(-1) = f(1) = f(2) = 3$ 일 때 $f(-2)$ 의 값은?

- ① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

해설

$$f(x) = (x + 1)(x - 1)(x - 2) + 3$$

$$\therefore f(-2) = -9$$

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \text{라 하면}$$

$$\text{i) } f(-1) = 3 \text{에서 } a - b + c - 1 = 3$$

$$\text{ii) } f(1) = 3 \text{에서 } a + b + c + 1 = 3$$

$$\text{iii) } f(2) = 3 \text{에서 } 4a + 2b + c + 8 = 3$$

위의 세식을 연립하여 풀면,

$$a = -2, b = -1, c = 5$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 5$$

$$\therefore f(-2) = -8 - 8 + 2 + 5 = -9$$

24. 1000^{10} 을 1001로 나눌 때 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R 라 할 때, 다음 중 나머지 R 를 구하기 위한 가장 적절한 식은?

① $x^{10} = xQ(x) + R$

② $x^{10} = (x - 1)Q(x) + R$

③ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$

④ $x^{10} = (x - 1)^{10}Q(x) + R$

⑤ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R + 1$

해설

$1000^{10} = 1001 \cdot Q(x) + R$ 에서 $1000 = x$ 라 하면

$$x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 1$ 을 구할 수 있다.

25. 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$[x^3-y^3+x^2y-xy^2+2x^2-2y^2+x-y]$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & x^3-y^3+x^2y-xy^2+2x^2-2y^2+x-y \\ &= (x-y)(x^2+xy+y^2)+xy(x-y)+2(x+y)(x-y)+(x-y) \\ &= (x-y)\{(x+y)^2+2(x+y)+1\} \\ &= (x-y)(x+y+1)^2 \\ & p=-1, q=1, r=1 \\ & \therefore p^2+q^2+r^2=3 \end{aligned}$$

26. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$ 가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a \\ &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a \\ & x^2+8x=A \text{로 놓으면} \\ & (\text{준식}) = (A+7)(A+15)+a \\ & \quad = A^2+22A+105+a \\ & \quad = (A+11)^2-16+a \end{aligned}$$

따라서, $a=16$ 일 때 이차식 $x^2+8x+11$ 의 완전제곱식이 된다.

27. $\sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1}$ 은 자연수이다. 이 때, 각 자리의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x = 21$ 이라 하면
 $\sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1}$
 $= \sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3) + 1}$
 $= \sqrt{\color{red}{x(x+3)}(x+1)(x+2) + 1}$
 $= \sqrt{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1}$
 $= \sqrt{(x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) + 1}$
 $= \sqrt{\color{red}{[(x^2 + 3x) + 1]^2}}$
 $= x^2 + 3x + 1 \quad (\because (x^2 + 3x) + 1 > 0)$
 $= 21^2 + 3 \cdot 21 + 1 = 505$
각자리 숫자의 합은 $5 + 0 + 5 = 10$

28. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $a-b$
- ② $b-c$
- ③ $c-a$
- ④ $a+b+c$
- ⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면
(준식) $=a^3(b-c)-a(b^3-c^3)+bc(b^2-c^2)$
 $=(b-c)\{a^3-a(b^2+bc+c^2)+bc(b+c)\}$
 $=(b-c)\{b^2(c-a)+b(c^2-ca)-a(c^2-a^2)\}$
 $=(b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$
 $=(b-c)(c-a)\{c(b-a)+(b^2-a^2)\}$
 $=(b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

29. 다음 식 $(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a + b$

② $b + c$

③ $c + a$

④ $b - a$

⑤ $-b - c$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$$

$$= (b + c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a + bc(b + c)$$

$$= (b + c)\{a^2 + (b + c)a + bc\}$$

$$= (b + c)(a + b)(a + c)$$

∴ ④ $b - a$ 는 인수가 아니다

30. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 의 관계가 성립한다면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① $a = b$ 인 이등변삼각형
- ② $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ③ $b = c$ 인 이등변삼각형
- ④ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ 정삼각형

해설

$$a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$$
$$a^2(a + b) + b^2(a + b) - c^2(a + b) = 0$$
$$(a + b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0$$
$$a = -b \text{ 또는 } c^2 = a^2 + b^2$$
$$a, b, c \text{ 모두 양수이므로, } c^2 = a^2 + b^2$$
$$\therefore \angle C = 90^\circ \text{인 직각삼각형}$$

31. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$ 일 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ㉠

빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
- ㉡

빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
- ㉢

빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
- ㉤

$a = b$ 인 이등변삼각형
- ㉥

$b = c$ 인 이등변삼각형

- ① 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
- ② 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
- ③ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
- ④ $a = b$ 인 이등변삼각형
- ⑤ $b = c$ 인 이등변삼각형

해설

$$\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$$
에서
$$(a-b+c)(a-b-c) = (a+b+c)(-a-b+c)$$
$$(a-b+c)(a-b-c) + (a+b+c)(a+b-c) = 0$$
$$\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} + \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\} = 0$$
$$(a-b)^2 - c^2 + (a+b)^2 - c^2 = 0$$
$$a^2 - 2ab + b^2 - c^2 + a^2 + 2ab + b^2 - c^2$$
$$= 2a^2 + 2b^2 - 2c^2$$
$$= 2(a^2 + b^2 - c^2) = 0$$
$$\therefore a^2 + b^2 - c^2 = 0$$

그러므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.

32. x 에 관한 세 개의 다항식 $A(x) = x^4 - 10x^2 + 9$, $B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$, $C(x) = x(x-3)(x^2+a) - (x-3)(x^2+b) + 8$ 의 최대공약수가 이차식일 때, $a+b$ 의 값은?

① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ 2

해설

$$A(x) = x^4 - 10x^2 + 9 = (x-1)(x+1)(x-3)(x+3)$$

$$B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$$

$$= (x-1)(x+1)(x-3)(x+2)$$

$$\therefore \text{두 다항식의 최대공약수는 } (x-1)(x+1)(x-3)$$

그런데 다항식 $C(x)$ 는 $x-3$ 으로 나누어떨어지지 않으므로

세 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)$ 이다.

$$\therefore \text{다항식 } C(\pm 1) = 0$$

$$\therefore C(1) = -a + b + 4 = 0, \quad C(-1) = a + b + 4 = 0$$

$$\therefore a = 0, \quad b = -4 \text{에서 } a + b = -4$$

33. $a - b = 1$ 이고, $a^2 + b^2 = -1$ 일 때, $a^{14} + b^{20}$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$b = a - 1$ 을 $a^2 + b^2 = -1$ 에 대입하면

$a^2 - a + 1 = 0$ 에서 $a^3 = -1$

$a = b + 1$ 을 $a^2 + b^2 = -1$ 에 대입하면

$b^2 + b + 1 = 0$ 에서 $b^3 = 1$

$a^{14} + b^{20} = (a^3)^4 \times a^2 + (b^3)^6 \times b^2$

$= a^2 + b^2 = -1$

34. $a + b = 1$ 이고 $a^2 + b^2 = -1$ 일 때, $a^{2005} + b^{2005}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$b = 1 - a$ 를 $a^2 + b^2$ 에 대입하여 정리하면
 $a^2 - a + 1 = 0 \quad (a + 1)(a^2 - a + 1) = 0$
 $a^3 + 1 = 0 \quad \therefore a^3 = -1$
마찬가지 방법으로 $b^3 = -1$
 $a^{2005} + b^{2005} = (a^3)^{668} \cdot a + (b^3)^{668} \cdot b = a + b = 1$

해설

a^3, b^3 의 값을 다음과 같이 구해도 된다.
 $a^2 - a + 1 = 0$ 에서 $a^2 = a - 1$
 $a^3 = a^2 \cdot a = (a - 1) \cdot a = a^2 - a = -1$
마찬가지 방법으로 $b^3 = -1$

35. $x - y = 1$ 이고 $x^2 + y^2 = -1$ 일 때, $x^{10} + y^{13}$ 의 값은 얼마인가?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x - y = 1$ 에서 $y = x - 1$
이것을 $x^2 + y^2 = -1$ 에 대입하면
 $2x^2 - 2x + 2 = 0$
 $x^2 - x + 1 = 0$
양변에 $x + 1$ 을 곱하면, $x^3 + 1 = 0$
 $\therefore x^3 = -1$
또 $x = y + 1$ 을 $x^2 + y^2 = -1$ 에 대입하면
 $2y^2 + 2y + 2 = 0, y^2 + y + 1 = 0 \therefore y^3 = 1$
 $\therefore x^{10} + y^{13} = (x^3)^3 \cdot x + (y^3)^4 \cdot y$
 $= (-1)^3 \cdot x + 1^4 \cdot y$
 $= -(x - y) = -1$

36. $a + b = 1$, $a^2 + b^2 = -1$ 일 때, $a^{2000} + b^{2006}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$a + b = 1$ 에서 $b = 1 - a$ 이고 $a^2 + b^2 = -1$ 이므로
 $a^2 + (1 - a)^2 = -1$, $2a^2 - 2a + 2 = 0$, $a^2 - a + 1 = 0$
이 식의 양변에 $a + 1$ 을 곱하면
 $(a + 1)(a^2 - a + 1) = 0$, $a^3 + 1 = 0$
같은 방법으로 하면
 $b^3 + 1 = 0$ 이므로 $a^3 = -1$, $b^3 = -1$
 $\therefore a^{2000} + b^{2006} = (a^3)^{666} \cdot a^2 + (b^3)^{668} \cdot b^2$
 $= a^2 + b^2 = -1$

37. $x + y + z = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 일 때, $x^4 + y^4 + z^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}(x + y + z)^2 &= x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) \\ 0 &= 4 + 2(xy + yz + zx) \\ \therefore xy + yz + zx &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(xy + yz + zx)^2 &= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + 2(xy^2z + xyz^2 + x^2yz) \\ &= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + 2xyz(x + y + z) \\ 4 &= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + 0 \\ \therefore x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x^2 + y^2 + z^2)^2 &= x^4 + y^4 + z^4 + 2(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2) \\ 16 &= x^4 + y^4 + z^4 + 2 \cdot 4 \\ \therefore x^4 + y^4 + z^4 &= 8\end{aligned}$$

38. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $x+1$ 이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 8이다. $f(x)$ 를 $(x-1)^2(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $x^2 - x - 2$ ② $x^2 - x + 2$ ③ $x^2 + x - 2$
④ $-x^2 + 3x$ ⑤ $-x^2 + 3x + 2$

해설

$f(x)$ 를 $(x-1)^2(x+2)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지는 $ax^2 + bx + c$ 라 하면

$$f(x) = (x-1)^2(x+2)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = (x-1)^2(x+2)Q(x) + a(x-1)^2 + (x+1)$$

($\because f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $x+1$)

양변에 $x = -2$ 를 대입하면 $f(-2) = 9a + (-2) + 1 = 8$

$$\therefore a = 1$$

$$ax^2 + bx + c = a(x-1)^2 + x + 1 = x^2 - x + 2$$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $x^2 - x + 2$

39. x 에 관한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 + 1$ 로 나누면 나머지가 $x + 1$ 이고, $x - 1$ 로 나누면 나머지가 4이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $(x^2 + 1)(x - 1)$ 로 나눌 때의 나머지의 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 를 $(x^2 + 1)(x - 1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax^2 + bx + c$ (단, a, b, c 는 상수)라고 하면,

$$f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

그런데 $f(x)$ 를 $x^2 + 1$ 로 나누면 나머지가 $x + 1$ 이므로

$$f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)Q(x) + a(x^2 + 1) + (x + 1)$$

또 $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누면 나머지가 4이므로

$$f(1) = 2a + 2 = 4 \text{에서 } a = 1$$

$$\text{따라서 } ax^2 + bx + c = a(x^2 + 1) + x + 1 = x^2 + x + 2$$

$\therefore$ 구하는 나머지의 상수항은 2

40. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누면 나누어 떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 4이다. 이 때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)^2$ 으로 나눌 때, 나머지를 ax^2+bx+c 라 하면 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 4이므로
 $f(-1)=4$
 $f(x)=(x-1)^2Q(x)\cdots\textcircled{1}$
 $f(x)=(x+1)(x-1)^2Q'(x)+ax^2+bx+c$
 $\qquad=(x+1)(x-1)^2Q'(x)+a(x-1)^2\ (\because \textcircled{1})$
양변에 $x=-1$ 를 대입하면
 $f(-1)=4a=4\therefore a=1$
 $ax^2+bx+c=a(x-1)^2=x^2-2x+1$
 $\therefore b=-2, c=1$
 $\therefore a+b+c=0$

해설

ax^2+bx+c 를 구하는 것이 아니라 $a+b+c$ 를 통째로 구할 때는 다음과 같이 풀 수 있다.
 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누어 떨어지므로 $f(1)=0$
 $f(x)=(x+1)(x-1)^2Q'(x)+ax^2+bx+c$
양변에 $x=1$ 를 대입하면
 $f(1)=0+(a+b+c)=0$
 $\therefore a+b+c=0$

41. $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누면 나머지가 3이고, 또 (x^2+x+1) 로 나누면 나머지가 $2x+4$ 이다. 이 때, $f(x)$ 를 x^3-1 로 나눈 나머지를 구하면?

- ① x^2+x+3 ② x^2+2x+3 ③ $-x^2+x+3$
④ $-x^2+2x+3$ ⑤ x^2+3x+1

해설

$f(x) = (x^3-1)Q(x) + ax^2+bx+c$ 라 하면
 $f(x)$ 를 (x^2+x+1) 로 나눈 나머지는 ax^2+bx+c 에서 발생한다.
 $\therefore ax^2+bx+c = a(x^2+x+1) + 2x+4 \cdots \textcircled{1}$
 $\therefore f(x) = (x^3-1)Q(x) + a(x^2+x+1) + (2x+4)$
그런데 $f(1) = 3$ 이므로 $3a+6=3$
 $\therefore \textcircled{1}$ 에서 $b=1, c=3$
따라서, 구하는 나머지는 $-x^2+x+3$

42. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 x^2+1 로 나누면 나누어 떨어지고, $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지는 5이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $(x^2+1)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

- ① $\frac{1}{2}(x^2+1)$ ② $\frac{1}{3}(x^2+1)$ ③ $\frac{1}{5}(x^2+1)$
④ $2x^2-3x+1$ ⑤ $\frac{2}{3}x^2-x+\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2+1)Q_1(x) \\ f(x) &= (x-3)Q_2(x)+5 \\ \therefore f(3) &= 5 \\ f(x) &= (x^2+1)(x-3)Q_3(x)+ax^2+bx+c \\ &= (x^2+1)(x-3)Q_3(x)+a(x^2+1) \\ (\because f(x) \text{는 } x^2+1 \text{로 나누어 떨어지므로}) \\ &= (x^2+1)((x-3)Q_3(x)+a) \\ x=3 \text{을 대입하면 } f(3) &= 10a=5 \\ \therefore a &= \frac{1}{2} \text{이고 나머지는 } \frac{1}{2}(x^2+1) \end{aligned}$$

43. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나눈 나머지가 $2x+1$ 이고, $(x-2)^3$ 으로 나눈 나머지가 x^2-x+6 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는?

① $3x+1$

② $3x-2$

③ $3x+2$

④ x^2-2x+1

⑤ x^2-x+6

해설

$$f(x) = (x+1)^2 A(x) + 2x+1 \text{ 에서 } f(-1) = -1$$

$$f(x) = (x-2)^3 B(x) + x^2 - x + 6$$

$$= (x-2)^3 B(x) + (x-2)^2 + 3x + 2$$

$$= (x-2)^2 ((x-2)B(x) + 1) + 3x + 2$$

즉 $f(x)$ 를 $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는 $3x+2$

구하는 나머지를 ax^2+bx+c 라 하면

$$f(x) = (x+1)(x-2)^2 Q(x) + ax^2 + bx + c$$

$$= (x+1)(x-2)^2 Q(x) + a(x-2)^2 + 3x + 2$$

$$f(-1) = 9a - 1 = -1 \quad \therefore a = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x-2)^2 + 3x + 2$$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $3x+2$

44. x 에 관한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 + 1$ 로 나누면 나머지가 $x + 1$ 이고, $x - 1$ 로 나누면 나머지가 4이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $(x^2 + 1)(x - 1)$ 로 나눌 때, 나머지의 상수항은?

① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

해설

$f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)g(x) + ax^2 + bx + c$ 로 두면 $x^2 + 1$ 로 나누었을 때의 나머지가 $x + 1$ 이므로

$$ax^2 + bx + c = a(x^2 + 1) + bx + c - a \text{에서}$$

$$bx + c - a = x + 1$$

$$\therefore b = 1, c - a = 1$$

또, $f(1) = a + b + c = 4$ 이므로

$$c - 1 + 1 + c = 4 \text{에서 } c = 2$$

45. 다항식 $f(x)$ 는 $(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지고 $x+4$ 로 나누면 3이 남는다. $f(x)$ 를 $(x+2)^2(x+4)$ 로 나눌 때, 나머지를 구하면?

- ㉠ $\frac{3}{4}(x+2)^2$ ㉡ $\frac{3}{2}(x+2)^2$ ㉢ $3(x+2)^2$
㉣ $(x+2)(x+4)$ ㉤ $3x^2+4x+3$

해설

$f(x) = (x+2)^2(x+4)Q(x) + ax^2 + bx + c$ 라 놓으면 $f(x)$ 는 $(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지므로

$$ax^2 + bx + c = a(x+2)^2$$

$$\therefore f(x) = (x+2)^2(x+4)Q(x) + a(x+2)^2$$

또 $f(x)$ 를 $(x+4)$ 로 나눌 때 나머지가 3이므로 $f(-4) = 3$

$$\therefore 4a = 3, a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{구하는 나머지는 } \frac{3}{4}(x+2)^2$$

46. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, x^2-4x+5 , $(x-1)(x^2-4x+5)$ 로 나누면 나머지가 각각 4, $px+q$, $(x-r)^2$ 이 될 때, pqr 의 값은? (단, $r > 0$)

- ① -24 ② -36 ③ 20 ④ 18 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-4x+5)Q(x) + px+q \cdots \textcircled{1} \\ &= (x-1)(x^2-4x+5)Q'(x) + (x-r)^2 \cdots \textcircled{2} \\ &= (x-1)(x^2-4x+5)Q'(x) + (x^2-4x+5) + px+q \cdots \textcircled{3} \\ f(1) &= 4 \text{ 이므로 } \textcircled{2} \text{에서 } f(1) = (1-r)^2 = 4 \\ r &> 0 \text{ 이므로 } r = 3 \\ \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{을 비교해 보면} \\ (x-r)^2 &= (x^2-4x+5) + px+q \\ r = 3 \text{ 을 대입하면} \\ (x-3)^2 &= x^2 + (p-4)x + (q+5) \\ \therefore p-4 &= -6, q+5 = 9 \\ \therefore p &= -2, q = 4 \\ \therefore pqr &= -24 \end{aligned}$$

47. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+2)(x-1)$, x^2+2x+2 로 나눈 나머지가 각각 16, $-11x+2$ 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $(x+2)(x-1)(x^2+2x+2)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라고 하면 $R(0)$ 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ -2 ④ 1 ⑤ -4

해설

$R(x)$ 는 삼차 이하의 다항식이므로
 $R(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 라 하면
 $f(x) = (x+2)(x-1)Q_1(x) + 16 \cdots \textcircled{1}$
 $f(x) = (x^2+2x+2)Q_2(x) - 11x + 2$
 $f(x) = (x+2)(x-1)(x^2+2x+2)Q_3(x) + ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $= (x+2)(x-1)(x^2+2x+2)Q_3(x) + (ax+k)(x^2+2x+2) - 11x + 2$
 $= (x^2+2x+2)\{(x+2)(x-1)Q_3(x) + ax+k\}$
 $- 11x + 2 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $f(1) = 16 = 5(a+k) - 11 + 2$
 $\therefore a+k = 5 \cdots \textcircled{3}$
 $f(-2) = 16 = 2(-2a+k) + 22 + 2$
 $\therefore -2a+k = -4 \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3}, \textcircled{4}$ 에서 $a = 3, k = 2$
따라서
 $R(x) = (3x+2)(x^2+2x+2) - 11x + 2$
 $\therefore R(0) = 6$

48. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-3)^2$ 으로 나누면 나누어 떨어지고, $x+3$ 으로 나누면 4가 남는다고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $(x-3)^2(x+3)$ 으로 나눈 나머지는?

① $(x-3)^2$

② $3x^2+2x-5$

③ $\frac{1}{5}(x-3)^2$

④ x^2+2x-5

⑤ $\frac{1}{9}(x-3)^2$

해설

$$f(-3) = 4$$

$$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + a(x-3)^2 (\because f(x) \text{는 } (x-3)^2 \text{으로 나누어 떨어진다.})$$

$$f(x) = (x-3)^2((x+3)Q(x) + a)$$

$$f(-3) = (-3-3)^2a = 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \text{구하는 나머지} : \frac{1}{9}(x-3)^2$$

49. $(a+b)(b+c)(c+a) + abc$ 를 인수분해 하면?

① $(a+b)(ab+bc+ca)$

② $(b+c)(ab+bc+ca)$

③ $(a+b)(a+b+c)$

④ $(a+b+c)(ab+bc+ca)$

⑤ $(b+c)(a+b+c)$

해설

$a+b+c=k$ 라 하면

$$(\text{준식}) = (k-a)(k-b)(k-c) + abc$$

$$= k^3 - (a+b+c)k^2 + (ab+bc+ca)k - abc + abc$$

$$= k \{ k^2 - (a+b+c)k + (ab+bc+ca) \}$$

$$= (a+b+c)(ab+bc+ca) \quad (\because a+b+c=k)$$

50. 1999개의 다항식 $x^2 - 2x - 1, x^2 - 2x - 2, \dots, x^2 - 2x - 1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

- ① 43개 ② 44개 ③ 45개 ④ 46개 ⑤ 47개

해설

$x^2 - 2x - n = (x+a)(x-b)$ (a, b 는 자연수)라 하면 ($1 \leq n \leq 1999$ 인 자연수)

$$ab = n, a = b - 2$$

$\therefore n = 1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, \dots, 43 \cdot 45 (= 1935)$ 의 43개