

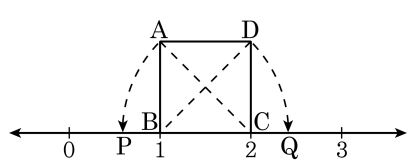
1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 0의 제곱근은 0이다.
- ㉡ 36의 제곱근은 6이다.
- ㉢ -16의 제곱근은 -4이다.
- ㉣ 4의 음의 제곱근은 -2이다.
- ㉤ $\sqrt{(-4)^2}$ 의 양의 제곱근은 4이다.

해설

- ㉡ 36의 제곱근은 ± 6
- ㉢ 음수의 제곱근은 없다.
- ㉤ $\sqrt{(-4)^2} = 4$ 의 양의 제곱근은 2이다.

2. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD를 그렸다. 수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 두 좌표의 곱을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 두 점의 좌표는 다음과 같다.

$$P = 2 - \sqrt{2}$$

$$Q = 1 + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} (\text{구하는 값}) &= (2 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) \\ &= 2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

3. $2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 266

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}} &= 2\sqrt{133} \times \sqrt{7} \times \sqrt{19} \\ &= 2\sqrt{133 \times 7 \times 19} \\ &= 2\sqrt{133^2} \\ &= 266 \end{aligned}$$

4. 곱셈 공식을 이용하여 $(x-7)(5x+a)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 -30 이다. 이때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$(x-7)(5x+a) = 5x^2 + (a-35)x - 7a$$

x 의 계수가 -30 이므로

$$a-35 = -30$$

$$\therefore a = 5$$

5. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$

② $x^2+2x=0$

③ $3x^2+x-1=0$

④ $x^2-9x+14=0$

⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x=2, x=7$ 일 때 성립한다.

6. 이차방정식 $15-x=(x-3)^2$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p+2q$ 의 값을 구하여라.(단, $p > q$)

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x+1)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$p > q \text{ 이므로 } p = 6, q = -1$$

$$\therefore p + 2q = 6 + 2 \times (-1) = 4$$

7. 이차방정식 $x^2 - 2(x + A) - 5 = 0$ 이 $x = B$ 를 중근으로 가질 때, 상수 A, B 에 대하여 AB 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -3$

해설

$x^2 - 2x - 2A - 5 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$-2A - 5 = \left(\frac{-2}{2}\right)^2 = 1$$

$$\therefore A = -3$$

즉, $x^2 - 2x + 1 = 0$ 이므로 $(x - 1)^2 = 0, x = 1$

$$\therefore A = -3, B = 1$$

그러므로 $AB = -3$ 이다.

8. 다음은 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타내는 과정이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $4(a+b)$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned}(x-1)(2x-3) &= (x+1)^2 \\ x^2 - 7x &= -2 \\ (x^2 - 7x + (\square)) &= -2 + (\square) \\ (x+a)^2 &= b\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(2x-3) &= (x+1)^2 \\ x^2 - 7x &= -2 \\ \left(x^2 - 7x + \frac{49}{4}\right) &= -2 + \frac{49}{4} \\ \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 &= \frac{41}{4} \\ a = -\frac{7}{2}, b = \frac{41}{4} \\ \therefore 4(a+b) &= 4\left(-\frac{7}{2} + \frac{41}{4}\right) = 27\end{aligned}$$

9. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

① 282 ② 285 ③ 288 ④ 291 ⑤ 294

해설

$$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2$$

$$\begin{aligned}\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c &= 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2} \\ &= 288 + 3 = 291\end{aligned}$$

10. 자연수 x 에 대하여

$f(x) = (\sqrt{x}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수) 라고 할 때, $f(90) - f(40)$ 의 값은? (단, x 는 자연수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$81 < 90 < 100$ 이므로 $9 < \sqrt{90} < 10$

$\therefore f(90) = 9$

$36 < 40 < 49$ 이므로 $6 < \sqrt{40} < 7$

$\therefore f(40) = 6$

$\therefore f(90) - f(40) = 9 - 6 = 3$

11. 다음 중 옳은 것은?

- ① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.
- ② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.
- ③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.
- ⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

- ① 유리수 9 의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
 - ② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}, \sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
 - ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
 - ⑤ 0 의 제곱근은 1 개, -1 의 제곱근은 0 개이므로 옳지 않다.
- 따라서 옳은 것을 고르면 ③ 이다.

12. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

13. $x = \sqrt{5+3\sqrt{2}}, y = \sqrt{5-3\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$x^2 = 5 + 3\sqrt{2}, y^2 = 5 - 3\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 10, x^2 y^2 = 7$$

$$x^4 + 2x^2 y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 = 100$$

$$\text{따라서 } x^4 + y^4 = 100 - 2x^2 y^2 = 100 - 14 = 86 \text{ 이다.}$$

14. $a + \sqrt{2}, 3 + b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

합 : $(a + \sqrt{2}) + (3 + b\sqrt{2}) = 3 + a + \sqrt{2} + b\sqrt{2}$

곱 : $(a + \sqrt{2})(3 + b\sqrt{2}) = 3a + ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2b$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어져야 하므로

합 : $\sqrt{2} + b\sqrt{2} = 0 \quad \therefore b = -1$

곱 : $ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0 \quad \therefore a = 3$

15. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

㉠ $x^2 - 36$

㉡ $x^2 - 6$

㉢ $x^2 + 6$

㉣ $x^2 + 36$

㉤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\ &= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x - 6)(x + 6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

16. $(a-b+3)^2 - (a+b+3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a-3)$

② $-4a(b+3)$

③ $-8b(a+3)$

④ $-4a(b-3)$

⑤ $-4b(a+3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a-b+3)^2 - (a+b+3)^2 \\ &= \{(a-b+3) + (a+b+3)\} \\ & \quad \{(a-b+3) - (a+b+3)\} \\ &= (-2b)(2a+6) \\ &= -4b(a+3) \end{aligned}$$

17. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

18. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,
 $(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$
이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.
따라서 $a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$
 $\therefore a = 8, b = 10, c = -\frac{3}{2}$
 $a + b + c = \frac{33}{2}$ 이다.

19. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x = 6, y = -4$	㉡ $x = 6, y = 4$
㉢ $x = -6, y = -4$	㉣ $x = -6, y = 4$
㉤ $x = 4, y = 6$	㉥ $x = -4, y = 6$

- ① 한 개도 없다.
- ② 2 개
- ㉢ 3 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3 개이다.

20. a, b, c 가 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이고, $c > b > a$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a + b + c$

② $a - b - c$

③ $2b - 2c$

④ 0

⑤ $2a - 2b$

해설

$$\begin{aligned} & a - b < 0, b - c < 0, c - a > 0 \text{ 이므로} \\ & \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2} \\ & = -(a-b) - \{-(b-c)\} - (c-a) \\ & = -a + b + b - c - c + a \\ & = 2b - 2c \end{aligned}$$

21. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x, y 는 다음과 같다.
분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로
 $y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$
 $y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$
 $y = 3$ 일 때, x 는 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$
 y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.
따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

- 22.** 연속된 세 자연수 a, b, c 에 대하여, $\sqrt{a+b+c}$ 의 값이 자연수가 되기 위한 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하여라. (단, $a+b+c \leq 80$)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 2개

해설

a, b, c 가 연속된 세 자연수이므로 $a = b - 1, c = b + 1$ 이다.

이때, $\sqrt{a+b+c} = \sqrt{3b}$ 가 자연수이므로

$$b = 3k^2 \text{ (} k \text{ 는 자연수)}$$
$$a + b + c \leq 80 \quad \circ | \text{므로 } 3b = 9k^2 \leq 80$$
$$k^2 < \frac{80}{9} = 8.888 \dots \therefore k = 1, 2$$

따라서 조건을 만족하는 세 수 (a, b, c) 의 쌍은

(2, 3, 4), (11, 12, 13) 의 2 쌍이다.

23. 세 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때, abc 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 4$

▷ 정답 : $abc = 8$

▷ 정답 : $abc = 9$

▷ 정답 : $abc = 12$

▷ 정답 : $abc = 16$

▷ 정답 : $abc = 18$

해설

$4 \leq \sqrt{a^2+b^2+c^2} < 5$ 에서
 $16 \leq a^2+b^2+c^2 < 25$
 $(a, b, c) = (1, 1, 4) (1, 2, 4) (1, 3, 3) (2, 2, 3) (2, 3, 3) (2, 4, 2)$ 이므로
 $\therefore abc = 4, 8, 9, 12, 16, 18$

24. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 3$ 일 때, $x^6 + y^6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{99}{4}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 2, \quad x^2 + y^2 = 3 \\(x + y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\2^2 &= 3 + 2xy \\\therefore xy &= \frac{1}{2} \\x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\&= 2^3 - 3 \times \frac{1}{2} \times 2 = 5 \\\therefore x^6 + y^6 &= (x^3)^2 + (y^3)^2 \\&= (x^3 + y^3)^2 - 2(xy)^3 \\&= 5^2 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{99}{4}\end{aligned}$$

25. $(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2^{31}+2^{15}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 식에 $(4-2)$ 를 곱하면

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2 \times (2^{31}+2^{15})$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2^{32}+2^{16}$$

$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2^{32}+2^{16}$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)-2^{32}+2^{16}$$

$$= 4^{16}-2^{16}-2^{32}+2^{16}$$

$$= 2^{32}-2^{16}-2^{32}+2^{16}$$

$$= 0$$

0 을 2 로 나누어도 0 이므로 주어진 식을 간단히 하면 0 이다.

26. $x^3 + y - x - x^2y$ 을 인수분해 하였을 때, 일차식인 인수들의 합은?

① $2x - y + 1$

② $x - y - 2$

③ $3x - y + 2$

④ $2x - y$

⑤ $3x - y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 - x + y - x^2y \\&= x(x^2 - 1) - y(x^2 - 1) \\&= (x^2 - 1)(x - y) \\&= (x + 1)(x - 1)(x - y) \\ \therefore x + 1 + x - 1 + x - y &= 3x - y\end{aligned}$$

27. $f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2}$ 일 때, $f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99)$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{9}{10}$

③ $\frac{10}{11}$

④ $\frac{10}{99}$

⑤ $\frac{20}{99}$

해설

$$f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2} = \frac{a - 1}{a} \cdot \frac{a + 1}{a} \text{ 이므로}$$

$$f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99)$$

$$= \frac{9}{10} \cdot \frac{11}{10} \times \frac{10}{11} \cdot \frac{12}{11} \times \frac{11}{12} \cdot \frac{13}{12} \times \cdots \times \frac{98}{99} \cdot \frac{100}{99}$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{100}{99}$$

$$= \frac{10}{11}$$

28. 밑면의 가로와 세로가 각각 $3x - 1$, $x - 2y$ 인 직육면체의 부피가 $3x^3 - 7x^2 - 6x^2y + 2x + 14xy - 4y$ 이다. 이때, 이 직육면체의 높이를 구하면?
- ① $x - 2$ ② $x - 1$ ③ $x + 1$
④ $x + 2$ ⑤ $2x + 1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면
(준식)
 $= -2y(3x^2 - 7x + 2) + 3x^3 - 7x^2 + 2x$
 $= -2y(3x^2 - 7x + 2) + x(3x^2 - 7x + 2)$
 $= (x - 2y)(3x^2 - 7x + 2)$
 $= (x - 2y)(3x - 1)(x - 2)$
따라서 높이는 $x - 2$ 이다.

29. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80)$ 이다.
 k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) = 0$ 의
한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{8}{3}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} \\ &= \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \\ k &= f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80) \\ &= \sqrt{50} - \sqrt{49} + \sqrt{51} - \sqrt{50} \\ &\quad + \cdots + \sqrt{81} - \sqrt{80} \\ &= -\sqrt{49} + \sqrt{81} \\ &= -7 + 9 = 2 \\ (a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) &= 0 \text{ 에 } x=2 \text{ 를 대입하면} \\ 4a + 20 + 2a^2 - 4 + 4a - 8 &= 0 \\ 2a^2 + 8a + 8 &= 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0 \\ (a+2)^2 &= 0 \quad \therefore a = -2 \\ a = -2 \text{ 를 식에 대입하면} \\ 3x^2 + 2x - 16 &= 0, \quad (x-2)(3x+8) = 0 \\ \therefore x &= 2 \text{ 또는 } x = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

30. 이차방정식 $x^2 + 3ax + 2a^2 = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, a 의 값과 다른 한 근을 구하여라. (단, 다른 한 근은 -2 보다 작은 수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $x = -4$

해설

$x^2 + 3ax + 2a^2 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면
 $4 - 6a + 2a^2 = 0$
 $2a^2 - 6a + 4 = 0$
 $a^2 - 3a + 2 = 0$
 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
i) $a = 1$ 일 때,
 $x^2 + 3x + 2 = 0, (x + 1)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -2$
따라서 다른 한 근은 -2 보다 작은 수이므로 조건에 맞지 않는다.
ii) $a = 2$ 일 때,
 $x^2 + 6x + 8 = 0, (x + 2)(x + 4) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = -4$
다른 한 근은 -2 보다 작은 수이므로 -4 이다.
 $\therefore a = 2, x = -4$