

1. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개

② 8개

③ 12개

④ 13개

⑤ 64개

해설

$$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$$

$$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$$

$$= (4a^2-9b^2)^{12}$$

$\therefore (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13개이다.

2. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned}(a + b - c)(a - b + c) &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$ 이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

① -8

② -4

③ -2

④ 5

⑤ 2

해설

$$x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$$

$$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(1 - k)x^2 + 7x + 3 = 0$$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1 - k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D < 0$ 이어야 하므로

$$D = 7^2 - 4 \cdot (1 - k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$$

$$37 + 12k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{37}{12}$$

따라서 최대정수는 -4이다.

4. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 허근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

① $k \leq 3$

② $k > 3$

③ $k \leq 2$

④ $k > 2$

⑤ $k < 1$

해설

이차방정식이 허근을 가질 조건 : $D < 0$

$$3x^2 - 6x + k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 3k < 0$$

$$\therefore k > 3$$

5. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a + 2)^2 + 2(b - 1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

6. 이차함수 $y = x^2 - 4px + 5 - p$ 의 그래프가 다음 조건을 만족시키도록 p 의 값 또는 p 의 값의 범위를 정하여라.

- (1) x 축과 두 점에서 만날 때
 (2) x 축과 접할 때
 (3) x 축과 만나지 않을 때

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p < -\frac{5}{4}$ 또는 $p > 1$

▷ 정답 : $p = -\frac{5}{4}$ 또는 $p = 1$

▷ 정답 : $-\frac{5}{4} < p < 1$

해설

$y = x^2 - 4px + 5 - p$ 에서

$$\frac{D}{4} = 4p^2 - (5 - p) = 4p^2 + p - 5 = (4p + 5)(p - 1)$$

(1) $\frac{D}{4} = (4p + 5)(p - 1) > 0$ 이므로

$$p > 1 \text{ 또는 } p < -\frac{5}{4}$$

(2) $\frac{D}{4} = (4p + 5)(p - 1) = 0$ 이므로

$$p = 1 \text{ 또는 } p = -\frac{5}{4}$$

(3) $\frac{D}{4} = (4p + 5)(p - 1) < 0$ 이므로

$$-\frac{5}{4} < p < 1$$

7. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 은 $x = 2$ 일 때 최댓값 5를 가진다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$y = ax^2 + bx - 3 = a(x - 2)^2 + 5$$

$$= ax^2 - 4ax + 4a + 5 \text{ 이므로}$$

$$b = -4a, \quad -3 = 4a + 5$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } a = -2, \quad b = 8$$

$$\therefore a + b = 6$$

8. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = x^2 + x - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$

④ $y = -x^2 - 2x + 1$

⑤ $y = \frac{3}{4}(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

9. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$a = \frac{(2012 + 1)(2012^2 - 2012 + 1)}{(2012^2 - 2012 + 1)}$$

= 2013 이므로

$$\therefore \frac{a+1}{a-1} = \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006}$$

10. $\frac{2002^3 - 1}{2002 \times 2003 + 1}$ 의 값을 구하면?

① 1999

② 2000

③ 2001

④ 2002

⑤ 2003

해설

$a = 2002$ 로 치환하면

$$\frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} = \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} = a - 1$$

$$\therefore 2002 - 1 = 2001$$

11. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 5x - 3$ 이고 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x - 3$

해설

두 다항식을 A, B 라고 하면

$$A + B = (a + b)G, \quad L = abG,$$

즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$$

$$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$$

$$\therefore G = x - 3$$

12. 다항식 M 이 두 다항식 A, B 의 공약수라 할 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

- ① M 은 $A - B$ 의 약수이다.
- ② M 은 $A, A + B$ 의 공약수이다.
- ③ M 은 $A + B$ 의 약수이다.
- ④ M^2 은 $AB + B^2$ 의 약수이다.
- ⑤ M^2 은 $AB - B$ 의 약수이다.

해설

$A = MP, B = MQ$ 라 하자.

- ① $A - B = M(P - Q)$ (참)
- ② $A = MP, A + B = M(P + Q)$ (참)
- ③ $A + B = M(P + Q)$ (참)
- ④ $AB + B^2 = M^2(PQ + Q^2)$ (참)
- ⑤ $AB - B = M(MPQ - Q)$ (거짓)

13. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50} - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i,$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (-i)^{50} + i^{50} - (-i)^{100} \\&= \{(-i)^2\}^{25} + (i^2)^{25} - \{(-i)^2\}^{50} \\&= -1 - 1 - 1 = -3\end{aligned}$$

14. $z = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^{101} = (a+bi)z$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$z^2 = -i, z^4 = -1$$

$z^{101} = (a+bi)z$ 에서 양변을 z 로 나누면

$$z^{100} = a+bi, (z^4)^{25} = (-1)^{25} = a+bi$$

$$\therefore a+bi = -1 \Rightarrow a = -1, b = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 1$$

15. 방정식 $x^3 = 8$ 의 한 허근을 α 라 할 때, $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$ 의 값은?

① $-1 \pm \sqrt{3}i$

② $1 \pm \sqrt{3}i$

③ $3 \pm \sqrt{3}i$

④ $6 \pm \sqrt{3}i$

⑤ $9 \pm \sqrt{3}i$

해설

$$\alpha^3 = 8 \text{에서 } (\alpha - 2)(\alpha^2 + 2\alpha + 4) = 0,$$

α 는 $\alpha^2 + 2\alpha + 4 = 0$ 의 근이다.

$$\therefore \alpha = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3$$

$$= 1 + \alpha + (-2\alpha - 4) + 8$$

$$= 5 - \alpha$$

$$= 5 - (-1 \pm \sqrt{3}i)$$

$$= 6 \mp \sqrt{3}i$$

16. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, x^{51} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x^2 - x + 1)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x^3 + 1 = 0$$

$$x^3 = -1$$

$$x^{51} = (x^3)^{17} = (-1)^{17} = -1$$