

1. 다음 분수를 소수로 고칠 때, 무한소수는?

① $\frac{7}{35}$

② $\frac{21}{45}$

③ $\frac{45}{30}$

④ $\frac{29}{50}$

⑤ $\frac{3}{120}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다. 그 외의 수는 무한소수이다.

$$\textcircled{2} \quad \frac{21}{45} = \frac{3 \times 7}{3^2 \times 5} = \frac{7}{3 \times 5}$$

2. 다음 중 순환소수의 표현이 바른 것은?

① $0.122222\cdots = 0.\dot{1}\dot{2}$

② $0.377377377\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}\dot{7}$

③ $0.181818\cdots = 0.1\dot{8}$

④ $7.7777\cdots = \dot{7}.\dot{7}$

⑤ $0.333\cdots = 0.\dot{3}$

해설

① $0.1\dot{2}$

② $0.\dot{3}7\dot{7}$

③ $0.\dot{1}\dot{8}$

④ $7.\dot{7}$

⑤ $0.\dot{3}$

3. 분수 $\frac{10}{27}$ 을 소수로 나타내었을 때 소수점 아래 57 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{10}{27} = 0.\dot{3}7\dot{0} = 0.370370\cdots$$

$$57 \div 3 = 19 \cdots 0$$

소수점 아래 57 번째 숫자는 0이다.

4. $x = 1.\dot{8}\dot{2}$ 를 분수로 나타내기 위한 가장 편리한 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - x$

④ $100x - 10x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$x = 1.\dot{8}\dot{2} \text{ 에서}$$

$$x = 1.82828282 \dots$$

$$100x = 182.8282828 \dots$$

등식의 성질에 의해 $100x - x = 181$ 이와 같이 해야 소수점 이하 부분이 없어진다.

5. 순환소수 $3.4\dot{6}\dot{9}$ 를 분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{229}{66}$

해설

$$\frac{3469 - 34}{990} = \frac{3435}{990} = \frac{229}{66}$$

6. 다음은 분수 $\frac{11}{20}$ 을 소수로 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^{\text{㉠}} \times 5} = \frac{11 \times \text{㉡}}{2^2 \times 5 \times \text{㉢}} = \frac{55}{\text{㉣}} = \text{㉤}$$

① ㉠ 2

② ㉡ 5

③ ㉢ 5^2

④ ㉣ 100

⑤ ㉤ 0.55

해설

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^2 \times 5} = \frac{11 \times 5}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{55}{100} = 0.55 \text{에서}$$

③ ㉢에 알맞은 수는 5이다.

7. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분모를 잘못 보아 $2.\dot{3}$ 으로 나타내고, B 는 분자를 잘못 보아 $0.5\dot{9}$ 로 나타내었다. 처음의 분수를 소수로 나타내면?

① 0.6

② 0.8

③ 1.2

④ 1.4

⑤ 1.6

해설

$$2.\dot{3} = \frac{23 - 2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} \therefore \text{분자} : 7$$

$$0.5\dot{9} = \frac{59 - 5}{90} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \therefore \text{분모} : 5$$

따라서 처음 분수를 소수로 나타내면 $\frac{7}{5} = 1.4$ 이다.

8. $x = 0.2$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x} + 1}}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준식}) &= \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1+x}{x}}} \\
 &= \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{x}{1+x}} = \frac{1}{x} + \frac{1+x}{x} \\
 &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1
 \end{aligned}$$

$$x = 0.2 = \frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1 = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 1 = 10$$

9. 순환소수 $3.\dot{4}\dot{5}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 33

② 34

③ 90

④ 99

⑤ 121

해설

$$3.\dot{4}\dot{5} = \frac{345 - 3}{99} = \frac{38}{11} \text{ 이므로 } A \text{ 는 } 11 \text{ 의 배수이어야 한다.}$$

따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 34, 90이다.

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 음의 정수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ② 모든 순환소수는 유리수이다.
- ③ 소수는 유한소수와 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 모든 소수는 유리수이다.

해설

- ① 음의 정수는 유리수이므로 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

11. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌
유리수의 개수는?

① 4개

② 18개

③ 22개

④ 62개

⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

12. $\frac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되기 위한 a 의 개수는?
(단, $a \leq 100$, a 는 자연수)

- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$\frac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7} = \frac{a}{2^2 \times 3 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 100 이하의 3의 배수이다.

13. $\frac{1}{2} < 0.\dot{A} < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}, \frac{9}{2} < A < 6$$

$$\therefore A = 5$$

14. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.\dot{c}d$ 일 때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라. (단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 6$

▷ 정답 : $c = 8$

▷ 정답 : $d = 3$

해설

$0.\dot{c}d$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면 $0.\dot{x}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.\dot{c}d < 1$ 이므로 $a < b$

$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.

$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.\dot{c}d$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.\dot{c}d$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

15. $\frac{1}{7}$ 은 순환소수이다. 소수점아래 10, 20, 30 번째 자리의 숫자를 각각 a , b , c 라 할 때, $a + 0.1 \times b + 0.01 \times c$ 가 나타내는 수는?

① 4.12

② 5.21

③ 2.15

④ 8.24

⑤ 8.47

해설

$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ 로 순환마디는 6 자리이므로

$10 \div 6 = 1 \cdots 4$ 이므로 $a = 4$

같은 방법으로 $20 \div 6 = 3 \cdots 2$, $30 \div 6 = 5 \cdots 0$ 이므로 $b = 2$, $c = 0$

따라서 $a + 0.1 \times b + 0.01 \times c = 4 + 0.2 + 0 = 4.2$ 이다.