

1. 부등식 $7x - 3a \leq 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$7x - 3a \leq 4x$ 를 정리하면

$3x \leq 3a, \quad \therefore x \leq a$

위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 2개이므로

$2 \leq a < 3$

따라서 a 의 최솟값은 2이다.

2. 부등식 $6x - a \leq 3 + 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 4개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $5 < a < 7$

② $5 \leq a < 7$

③ $4 \leq a < 7$

④ $4 < a \leq 7$

⑤ $4 < a \leq 7$

해설

$$6x - a \leq 3 + 4x$$

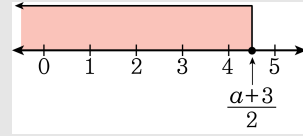
$$6x - 4x \leq 3 + a$$

$$2x \leq 3 + a$$

$$\therefore x \leq \frac{3+a}{2}$$

x 는 자연수이고, 개수가 4개이므로 x 가 될 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4이다.

$\frac{3+a}{2}$ 의 범위는 $4 \leq \frac{3+a}{2} < 5$ 이어야 하므로 $5 \leq a < 7$ 이다.



3. 부등식 $(a+b)x+2a-3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 일 때, 부등식 $(a-2b)x+2a+b < 0$ 의 해는?

① $x > 7$

② $x < 7$

③ $x > -7$

④ $x < -7$

⑤ $x < 3$

해설

$(a+b)x+2a-3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 이므로 $a+b > 0$

식을 정리하면 $x < -\frac{2a-3b}{a+b}$ 이므로

$$-\frac{2a-3b}{a+b} = -\frac{3}{4}$$

$$8a-12b = 3a+3b$$

$$5a = 15b \quad \therefore a = 3b$$

$a+b = 4b > 0$ 이므로 $b > 0$,

$a = 3b$ 를 $(a-2b)x+2a+b < 0$ 에 대입하면

$$(3b-2b)x+6b+b < 0$$

$$x < -\frac{7b}{b}$$

$$\therefore x < -7$$

4. $ax - 3 > x + 1$ 의 해가 $x < \frac{4}{a-1}$ 일 때, 다음 부등식의 해는?

$2(ax - 1) + 5 < 2x - 1$

- ① $x > \frac{-2}{a-1}$

② $x > \frac{2}{a-1}$

③ $x < \frac{-2}{a-1}$

④ $x < \frac{2}{a-1}$

⑤ $x > \frac{-4}{a-1}$

해설

$ax - 3 > x + 1$ 을 정리한 $(a - 1)x > 4$ 의 해가 $x < \frac{4}{a-1}$ 로
부등호 방향이 바뀌었으므로 $a - 1 < 0$
이제, $2(ax - 1) + 5 < 2x - 1$ 을 정리하여 풀면,
 $2ax - 2 + 5 < 2x - 1$
 $2(a - 1)x < -4$
 $(a - 1)x < -2$
이때 $a - 1 < 0$ 이므로 $x > \frac{-2}{a-1}$ 이다.

5. 부등식 $-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 만족하는 x 의 개수가 n 개일 때, 상수 a 의 값의 범위는 $2 \leq a < \frac{13}{3}$ 이다. 이때, n 의 값을 구하여라. (단, x 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 정리하면

$$-x + 7 \geq 6x - 1 - 3a$$

$$\therefore x \leq \frac{8 + 3a}{7}$$

위 부등식을 만족하는 x 가 n 개라면

$$n \leq \frac{8 + 3a}{7} < n + 1 \text{ 이 } 2 \leq a < \frac{13}{3} \text{ 이므로}$$

$$7n \leq 8 + 3a < 7n + 7$$

$$7n - 8 \leq 3a < 7n - 1$$

$$\frac{7n - 8}{3} \leq a < \frac{7n - 1}{3}, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{7n - 8}{3} = 2, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$7n - 8 = 6, 7n - 1 = 13$$

$$\therefore n = 2$$