1. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

① $\frac{24}{15}$
④ $\frac{25}{48}$

② $\frac{12}{60}$
⑤ $-\frac{24}{15}$

③ $\frac{14}{5 \times 7^2}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{24}{15} = \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5}$

② $\frac{12}{60} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{24}{15} = -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5}$

이므로 유한소수이다.

③ $\frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$

④ $\frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

2. 안에 알맞은 식을 구하여라.

$$\left(\square\right)^3 \times (3xy^2)^2 = (81x^2y^4)^3 \div 3xy^2$$

▶ 답:

▷ 정답: $27xy^2$

해설

$$\begin{aligned} \left(\square\right)^3 \times (3xy^2)^2 &= (81x^2y^4)^3 \div 3xy^2 \\ \left(\square\right)^3 &= 3^{12}x^6y^{12} \div 3xy^2 \div 3^2x^2y^4 \\ &= 3^9x^3y^6 \\ &= (3^3xy^2)^3 \\ \therefore \square &= 27xy^2 \end{aligned}$$

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 순환소수는 무한소수이다.
- ② 0 은 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수가 된다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수로 나타낼 수 없다.
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수이다.

해설

- ② $0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \dots$ 등 분수로 표현할 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\dots$
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

4. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \dots + X_{50}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.384615$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$X_1 + X_2 + \dots + X_{50} = (3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5) \times 8 + (3 + 8) = 227$

5. 어떤 다항식 A 를 $\frac{b}{5a}$ 로 나누었더니 몫이 $7(2a-b) + \frac{2}{3}(9a+18b)$ 로 나누어 떨어졌다. 이 때, 어떤 다항식 A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $4b + \frac{b^2}{a}$

해설

$$7(2a-b) + \frac{2}{3}(9a+18b) = 14a - 7b + 6a + 12b \\ = 20a + 5b$$

$$A = (20a + 5b) \times \frac{b}{5a} = 4b + \frac{b^2}{a}$$

6. 양의 정수 m, n 에 대하여 $56 = 2^m(2^n - 1)$ 을 만족할 때, $m+n$ 의 값을 구한 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 216 &= 3^3 \times 8 \\ &= 3^3 \times (3^2 - 1) \\ \therefore m &= 3, n = 2 \\ \therefore m + n &= 5 \end{aligned}$$

7. 분수 $\frac{27}{110}$ 의 순환마디를 x , $\frac{14}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$\frac{27}{110} = 0.24\dot{5}$$

$$x = 45$$

$$\frac{14}{3} = 4.\dot{6}$$

$$y = 6$$

$$x - y = 39$$

8. $-4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \square)\} = -a - 11b$ 일 때, $\square$

안에 알맞은 식은?

- ① $-3b - 2a$ ② $-b - 4a$ ③ $b - 2a$
④ $2a + 3b$ ⑤ $3a + 3b$

해설

$$\begin{aligned} & -4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \square)\} \\ &= -4a - (3a + 5b - 2a + 4b + 2\square) \\ &= -4a - 3a - 5b + 2a - 4b - 2\square \\ &= -5a - 9b - 2\square = -a - 11b \\ \therefore \square &= b - 2a \end{aligned}$$

9. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^{28} y^{14} z^{21}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 를 구하였을 때, 이를 만족하는 a, b, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^{28} y^{14} z^{21}$$

$$ad = 28, bd = 14, cd = 21$$

d 는 28, 14, 21 의 최대공약수이므로 $d = 7$

$$\therefore a = 4, b = 2, c = 3$$

10. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ① $0.37 = 0.\dot{3}7$ ② $0.\dot{6}9 = 0.7$ ③ $0.\dot{3}5 = 0.\dot{3}\dot{5}$
④ $0.\dot{3} < \frac{3}{10}$ ⑤ $0.3\dot{9} < 0.4$

해설

$$0.\dot{6}9 = \frac{69-6}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$\textcircled{1} \quad 0.37 < 0.373737\cdots = 0.\dot{3}7$$

$$\textcircled{3} \quad 0.\dot{3}5 = 0.3555\cdots > 0.353535\cdots = 0.\dot{3}\dot{5}$$

$$\textcircled{4} \quad 0.\dot{3} = \frac{3}{9} > \frac{3}{10}$$

$$\textcircled{5} \quad 0.3\dot{9} = \frac{39-3}{90} = \frac{36}{90} = \frac{4}{10} = 0.4$$

11. $A = x - y$, $B = -2x + y$ 일 때, $3A - [2B - A - \{3B - (2A - B)\}] = ax + by$ 이다. $a + b$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ -2 ④ 4 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned} & 3A - [2B - A - \{3B - (2A - B)\}] \\ &= 3A - \{2B - A - (3B - 2A + B)\} \\ &= 3A - (2B - A + 2A - 4B) \\ &= 3A - (A - 2B) \\ &= 2A + 2B \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$A = x - y$, $B = -2x + y$ 를 대입하면

$$2(x - y) + 2(-2x + y) = -2x$$

$$a = -2, b = 0 \quad \therefore a + b = -2$$

12. $10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 을 간단히 하였을 때 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} & 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 \\ &= 2 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 7 \times 2^4 \times 2 \times 3^2 \times 2^2 \times 5 \\ &= 2^{11} \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \\ &= 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7 \\ &a = 11, b = 3, c = 2 \\ &\therefore a + b + c = 11 + 3 + 2 = 16 \end{aligned}$$

13. 두 분수 $\frac{a}{42}, \frac{a}{180}$ 가 유한소수일 때, a 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.
(단, a 는 세 자리 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 126

해설

$$\frac{a}{42} = \frac{a}{2 \times 3 \times 7}, \frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$$

∴ a 는 세 자리인 $3^2 \times 7 = 63$ 의 배수이어야하므로 126

14. 다음 식을 전개하였을 때, 그 결과가 이차식인 것을 모두 고르면?

① $\left(-\frac{2}{x} + 3\right) + \left(5 + \frac{2}{x}\right)$

② $(4 + 3x + 2x^2) - (-4 + 3x - 2x^2)$

③ $(3 - 3x - 6x^2) - 3(2x^2 + 2x - 3)$

④ $\left(-\frac{2}{3}x^2 + 3x - 4\right) - \left(-5 - 6x - \frac{2}{3}x^2\right)$

⑤ $-2x^2(1 - x)$

해설

① 8

② $8 + 4x^2$ (이차식)

③ $12 - 9x - 12x^2$ (이차식)

④ $9x + 1$ (일차식)

⑤ $-2x^2 + 2x^3$ (삼차식)

15. $81^4 \div 27^n = 9^2$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(3^4)^4 \div 3^{3n} = 3^4$ 이므로 $16 - 3n = 4$
 $\therefore n = 4$ 이다.

16. 다음 순환소수 $0.3\dot{6}4$ 를 분수로 나타내는 다음 과정에서 ㉠, ㉡에 알맞은 것을 차례대로 나열한 것은?

$$\begin{aligned}x &= 0.3\dot{6}4 \quad \dots \text{㉠라고 하고} \\1000 \times \text{㉠} - 10 \times \text{㉠} \text{하면} \\990x &= [\text{㉡}] \\ \therefore x &= [\text{㉢}]\end{aligned}$$

㉠ $61, \frac{61}{990}$

㉡ $64, \frac{32}{495}$

㉢ $361, \frac{361}{990}$

㉣ $364, \frac{182}{450}$

㉤ $367, \frac{367}{990}$

해설

$$\begin{aligned}x &= 0.3\dot{6}4 \quad \dots \text{㉠라고 하고} \\1000 \times \text{㉠} - 10 \times \text{㉠} \text{하면} \\990x &= 361 \\ \therefore x &= \frac{361}{990}\end{aligned}$$

17. $(3x^2y - 2xy^2) \div xy + 3x - 4y + 1$ 의 값을 구하여라. (단, $x = 2, y = -\frac{1}{2}$)

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$3x - 2y + 3x - 4y + 1 = 6x - 6y + 1$$

$$x = 2, y = -\frac{1}{2} \text{을 대입}$$

$$12 + 3 + 1 = 16$$

18. $7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63 \text{ 에서}$$

$$7^{2x-1} + 7^{2x} + 7^{2x-1} = 63$$

$$7^{2x} \times \frac{1}{7} + 7^{2x} + 7^{2x} \times \frac{1}{7} = 63$$

$$7^{2x} \left(\frac{1}{7} + 1 + \frac{1}{7} \right) = 63$$

$$\frac{9}{7} \times 7^{2x} = 63$$

$$7^{2x} = 63 \times \frac{7}{9} = 7^2$$

$$\therefore x = 1$$

19. 분수 $\frac{2}{7}$ 를 x 라 할 때, $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인지 구하여라.

▶ 답: 자리

▷ 정답: 6 자리

해설

$$\begin{aligned} \frac{2}{7} &= 0.\dot{2}8571\dot{4} = \frac{285714}{999999} \\ x \times (10^6 - 1) &= \frac{285714}{999999} \times 999999 = 285714 \end{aligned}$$

20. $12a^3 - 24a^2b$ 을 어떤 식으로 나누는 값이 $6a^2$ 이라 할 때, 어떤 식은?

① $a - 2b$

② $a - 4b$

③ $2a - 2b$

④ $2a - 4b$

⑤ $2a - 24b$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$6a^2 \times A = 12a^3 - 24a^2b$$

$$A = \frac{12a^3 - 24a^2b}{6a^2} = 2a - 4b$$

21. 다음 식을 만족하는 최대의 자연수 n 에 대하여, $n-a+2b-c$ 의 값은?

$$(x^a y^b z^c)^n = x^{56} y^{64} z^{88}$$

- ① -2 ② 0 ③ 4 ④ 6 ⑤ 10

해설

56, 64, 88 의 최대공약수는 8 이다.
따라서 $n = 8$ 이고, $a = 7$, $b = 8$, $c = 11$ 이다.
그러므로 $n - a + 2b - c = 8 - 7 + 16 - 11 = 6$ 이다.

22. 좌표평면 위의 점 $A(3.\dot{3}, 6.\dot{6})$, $B(3.\dot{3}, 0)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각 A' , B' 이라 할 때, 평행사변형 $ABA'B'$ 의 넓이를 순환소수로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $44.\dot{4}$

해설

$3.\dot{3} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$, $6.\dot{6} = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$ 이므로 점 $A(\frac{10}{3}, \frac{20}{3})$ 를 원점에 대칭이동한 점 A' 의 좌표는 $(-\frac{10}{3}, -\frac{20}{3})$ 점 $B(\frac{10}{3}, 0)$ 를 원점에 대칭이동한 점 B' 의 좌표는 $(-\frac{10}{3}, 0)$

$$(\text{평행사변형 } ABA'B' \text{ 의 넓이}) = \frac{20}{3} \times (2 \times \frac{10}{3}) = \frac{400}{9} = 44.\dot{4}$$

23. $\frac{a+2b}{12} = \frac{a}{2} - \frac{b}{6}$ 일 때, $a:b$ 의 비는? (단, $a \neq 0, b \neq 0$)

- ① 2:3 ② 3:2 ③ 4:5 ④ 5:4 ⑤ 1:1

해설

$$a + 2b = 6a - 2b, 5a = 4b$$

$$\therefore a : b = 4 : 5$$

24. $(-3x^2y)^3 \div 27x^5y \times (-9xy^3)^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-81x^3y^8$

해설

$$(\text{준식}) = -27x^6y^3 \times \frac{1}{27x^5y} \times 81x^2y^6 = -81x^3y^8$$