

1. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$2 = 3 - 1$ 이므로

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^8-1)(3^8+1)$$

$$= 3^{16} - 1$$

$$a = 16, b = -1$$

$$\therefore a + b = 15$$

2. $(3x-1)\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x^2+\frac{1}{9}\right)=3x^a+b$ 에서 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① $-\frac{1}{81}$

② $-\frac{1}{9}$

③ $-\frac{1}{3}$

④ $-\frac{4}{27}$

⑤ $-\frac{4}{81}$

해설

$$3\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x^2+\frac{1}{9}\right)$$

$$= 3\left(x^2-\frac{1}{9}\right)\left(x^2+\frac{1}{9}\right)$$

$$= 3\left(x^4-\frac{1}{81}\right)$$

$$= 3x^4 - \frac{1}{27}$$

$$\therefore ab = 4 \times \left(-\frac{1}{27}\right) = -\frac{4}{27}$$

3. $(x-3)(x+3)(x^2 + \square) = x^4 - 81$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① -3

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 18

해설

$$(x^2 - 9)(x^2 + 9) = x^4 - 81$$

4. 곱셈 공식을 이용하여 $(x-7)(5x+a)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 -30 이다. 이때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$(x-7)(5x+a) = 5x^2 + (a-35)x - 7a$$

x 의 계수가 -30 이므로

$$a - 35 = -30$$

$$\therefore a = 5$$

5. $2(4x + ay)(bx + y) = 24x^2 + cxy - 6y^2$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 $a + b - c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$2(4x + ay)(bx + y) = 8bx^2 + (8 + 2ab)xy + 2ay^2$$

$$8bx^2 + (8 + 2ab)xy + 2ay^2 = 24x^2 + cxy - 6y^2$$

$$a = -3, b = 3, c = -10$$

$$\therefore a + b - c = 10$$

6. $\frac{1}{5}(x-2y)(3x+5y) - \frac{3}{4}(2x+3y)(5x-2y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수와 y^2 의 계수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{119}{20}$

해설

$$\begin{aligned} (xy \text{의 계수}) &= \frac{1}{5}\{1 \times 5 + (-2) \times 3\} - \frac{3}{4}\{2 \times (-2) + 3 \times 5\} = \\ &= -\frac{1}{5} - \frac{33}{4} = -\frac{169}{20} \text{ 이고, } (y^2 \text{의 계수}) = \frac{1}{5}\{(-2) \times 5\} - \frac{3}{4}\{3 \times (-2)\} = \\ &= -2 + \frac{9}{2} = \frac{5}{2} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } xy \text{의 계수와 } y^2 \text{의 계수의 합은 } &= -\frac{169}{20} + \frac{5}{2} = \frac{-169 + 50}{20} = \\ &= -\frac{119}{20} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

7. 자연수 x 를 7 로 나누면 4 가 남고, 자연수 y 를 7 로 나누면 5 가 남는다. xy 를 7 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

x 를 7 로 나누었을 때의 몫을 a , y 를 7 로 나누었을 때의 몫을 b 라고 하면

$$x = 7a + 4, y = 7b + 5$$

$$\begin{aligned}\therefore xy &= (7a + 4)(7b + 5) \\ &= 49ab + 35a + 28b + 20 \\ &= 7(7ab + 5a + 4b + 2) + 6\end{aligned}$$

따라서 xy 를 7 로 나눈 나머지는 6 이다.

8. 자연수 x, y 에 대하여 xy 를 5 로 나누면 3 이 남고 y 를 5 로 나누면 3 이 남을 때, 자연수 x 를 5 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

x 를 5 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 R , y 를 5 로 나누었을 때의 몫을 b 라고 하면

$$x = 5a + R, y = 5b + 3$$

$$\begin{aligned} xy &= (5a + R)(5b + 3) \\ &= 25ab + 15a + 5bR + 3R \\ &= 5(5ab + 3a + bR) + 3R \end{aligned}$$

이 때 $0 \leq R \leq 4$ 이므로 xy 를 5 로 나누었을 때의 나머지가 3 이 되려면 $R = 1$ 이 되어야 한다.

따라서 x 를 5 로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

9. x 에 관한 이차식을 $2x + 5$ 로 나누면 몫이 $3x + 4$ 이고, 나머지는 1이다. 이때, 이차식은?

① $3x^2 + 12x + 1$

② $3x^2 + 12x + 11$

③ $6x^2 + 23x + 20$

④ $6x^2 + 27x + 20$

⑤ $6x^2 + 23x + 21$

해설

(나누어지는 수) = (나누는 수) $\times$ (몫) + (나머지) 이므로

$$(x \text{에 관한 이차식}) = (2x + 5) \times (3x + 4) + 1 = 6x^2 + 23x + 21$$

10. $\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2 = \square a^2 + \square ab + \frac{1}{4}b^2$ 일 때, $\square$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2 = 4a^2 + 2ab + \frac{1}{4}b^2$$

$$\therefore 4 + 2 = 6$$

11. 다음 식이 완전제곱식이 될 때, $\square$ 안에 들어갈 수를 차례대로 구하여라. (단, $\square > 0$)

$$4x^2 + \square x + \frac{1}{4} = (\square x + \square)^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$\square > 0$ 이므로

$$4x^2 + \square x + \frac{1}{4}$$

$$= (2x)^2 + 2 \times (2x) \times \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$$

12. 이차식 $9x^2 + 10x - k$ 가 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값은?

① $\frac{25}{9}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{10}{3}$

④ $-\frac{25}{9}$

⑤ $-\frac{5}{3}$

해설

$$(3x)^2 + 2 \times 3x \times \frac{5}{3} - k \text{ 이므로 } -k = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\therefore k = -\frac{25}{9}$$

13. $3x^2 + ax + 12$ 와 $x^2 + 5x + b$ 완전제곱식이 될 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = \frac{73}{4}$

해설

$3x^2 + ax + 12$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 3 \times 12 \quad \therefore a = 12$$

$x^2 + 5x + b$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = b \quad \therefore b = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a + b = 12 + \frac{25}{4} = \frac{48}{4} + \frac{25}{4} = \frac{73}{4}$$

14. $ax^2 + 24x + b = (3x + c)^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 차례로 구하면?

① $a = 9, b = 16, c = -4$

② $a = 9, b = 8, c = 4$

③ $a = 9, b = 16, c = 2$

④ $a = 9, b = 16, c = 4$

⑤ $a = 3, b = -8, c = 4$

해설

$$(3x + c)^2 = 9x^2 + 6cx + c^2$$

$$a = 9$$

$$6c = 24, c = 4$$

$$b = c^2, b = 16$$

$$\therefore a = 9, b = 16, c = 4$$

15. $x^2 - 10x + A = (x + B)^2$ 에서 A, B 에 맞는 수를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 25$

▷ 정답 : $B = -5$

해설

$$\begin{aligned}(x + B)^2 &= x^2 + 2Bx + B^2 \\ &= x^2 - 10x + A\end{aligned}$$

$$2B = -10 \quad \therefore B = -5$$

$$B^2 = (-5)^2 = A \quad \therefore A = 25$$

16. $x = 4$, $y = 2\sqrt{3} - 4$ 일 때, $x^2 - y^2 + 12$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$$x + y = 2\sqrt{3}, \quad x - y = 8 - 2\sqrt{3} \quad \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 12 &= (x + y)(x - y) + 12 \\ &= 2\sqrt{3} \times (8 - 2\sqrt{3}) + 12 \\ &= -12 + 16\sqrt{3} + 12 \\ &= 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

17. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때, $x^2 - 7x + 12$ 의 값을 구하여라.

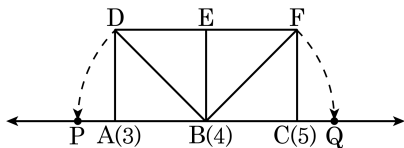
▶ 답 :

▷ 정답 : $8 - 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 7x + 12 &= (x - 3)(x - 4) \\&= (\sqrt{2} + 1 - 3)(\sqrt{2} + 1 - 4) \\&= (\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} - 3) \\&= 8 - 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같은 정사각형 ABED, BCFE 에서 $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{BP} = \overline{BQ}$ 인 점 P, Q 를 수직선 위에 잡을 때, 점 P(a), Q(b) 에 대하여, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면?



① $16\sqrt{2}$

② $-16\sqrt{2}$

③ $20 + 16\sqrt{2}$

④ $20 - 16\sqrt{2}$

⑤ $-20 - 16\sqrt{2}$

해설

$$a = 4 - \sqrt{2}, b = 4 + \sqrt{2}$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$= 8 \times (-2\sqrt{2})$$

$$= -16\sqrt{2}$$

19. $1 < p < 2$ 이고, $\sqrt{x} = p - 1$ 일 때, $\sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{x} = p - 1$ 의 양변을 제곱하면

$x = (p - 1)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3} \\ &= \sqrt{(p-1)^2+4p} + \sqrt{(p-1)^2-2p+3} \\ &= \sqrt{(p+1)^2} + \sqrt{(p-2)^2} \end{aligned}$$

이때, $2 < p + 1 < 3$ 이고, $-1 < p - 2 < 0$ 이므로

$\therefore$ (주어진 식) $= p + 1 - (p - 2) = 3$

20. 다음 조건을 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $(a - b - 1)^2$ 의 값을 구하면?

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9, \quad 6ab + 2 = -4, \quad a > b$$

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9, \quad 6ab + 2 = -4, \quad a > b \text{ 에서}$$

$$ab = -1, \quad a^2 + b^2 = 7$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 7 + 2 = 9$$

$$\therefore a - b = 3$$

$$\therefore (a - b - 1)^2$$

$$= a^2 + b^2 + 1 - 2a + 2b - 2ab$$

$$= 7 + 1 - 2 \times 3 + 2 = 4$$

21. 0 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $(a-1)^2 = (b+1)^2 = 2$ 일 때, $a^8 - b^8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $816\sqrt{2}$

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로

$$(a-1)^2 = 2 \text{ 에서 } a = \sqrt{2} + 1$$

$$(b+1)^2 = 2 \text{ 에서 } b = \sqrt{2} - 1$$

따라서 $a+b = 2\sqrt{2}, a-b = 2, ab = 1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 8 - 2 = 6$$

$$a^4 + b^4 = 36 - 2 = 34$$

$$\begin{aligned} \therefore a^8 - b^8 &= (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a+b)(a-b) \\ &= 34 \times 6 \times 2\sqrt{2} \times 2 = 816\sqrt{2} \end{aligned}$$

22. $xy = 4$, $x^2 + y^2 = 8$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하여라. (단, $x + y > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 8 + 2 \times 4 = 16$$

$x + y > 0$ 이므로 $x + y = 4$

$$(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$$

$$8 \times 4 = x^3 + y^3 + 4 \times 4$$

$$x^3 + y^3 = 32 - 16 = 16$$

23. $a - b = 4$ 일 때, $a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2b &= (a - b)^2 - 2(a - b) \\ &= (a - b)(a - b - 2) \\ &= 4 \times (4 - 2) \\ &= 8 \end{aligned}$$

24. $a = \frac{4 - \sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\ &= \left(\frac{8 - 2\sqrt{2}}{3} + \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

25. $p^7 = 1$ 일 때, $(1 - p) + (1 - p^2) + (1 - p^3) + \cdots + (1 - p^6)$ 의 값을 구하여라. (단, $p \neq \pm 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$p^7 - 1 = 0$ 이므로

$(p - 1)(p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p + 1) = 0$ 에서

$p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p + 1 = 0$ 이므로

$\therefore (1 - p) + (1 - p^2) + (1 - p^3) + \cdots + (1 - p^6)$

$= 6 - (p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p)$

$= 6 - (-1)$

$= 7$

26. $b - a = \sqrt{3}$, $ab = 1$ 이고, $(b + a)b^2 - (a + b)a^2 = m\sqrt{3}$ 이라 할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 7$

해설

$$\begin{aligned}(b + a)^2 &= (b - a)^2 + 4ab \\ &= (\sqrt{3})^2 + 4 = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b + a)b^2 - (a + b)a^2 &= (b + a)(b^2 - a^2) \\ &= (b + a)^2(b - a) \\ &= 7\sqrt{3} = m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m = 7$ 이다.

27. $c = \sqrt{4} - 2a - 3b$ 일 때, $4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab + 6bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$c = \sqrt{4} - 2a - 3b \text{ 에서 } 2a + 3b + c = \sqrt{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore 4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab - 6bc - 4ca \\ &= (2a)^2 + (3b)^2 + c^2 \\ &\quad + 2(2a)(3b) + 2(3b)(-c) + 2(-c)(2a) \\ &= (2a + 3b - c)^2 \\ &= (\sqrt{4})^2 = 4 \end{aligned}$$

28. 다음 조건을 만족할 때, $x^3 + x + y + x^2y + 4$ 의 값을 구하여라.

$$x = \sqrt{3}, x + y - 4 = 0$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

$x = \sqrt{3}, x + y = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} x^3 + x + y + x^2y + 4 &= x^2(x + y) + (x + y) + 4 \\ &= (x + y)(x^2 + 1) + 4 \\ &= 4 \times (3 + 1) + 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

29. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0, (x - 3y)^2 = 0 \therefore x = 3y$$

$\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 에 $x = 3y$ 를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{(3y)^2 + y^2}{2 \times 3y \times y} = \frac{10y^2}{6y^2} = \frac{5}{3}$$

30. $x^2 - 4x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$x - 4 - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 4$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 4^2 + 2 = 18$$

31. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$

32. $x = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6 = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 0$

해설

$6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6$ 에서

$x+2 = t$ 로 치환하면

$$6t^2 + 5t - 6 = (2t + 3)(3t - 2)$$

$t = x + 2 = \sqrt{2} + 1$ 이므로 이를 대입하면

$$(2\sqrt{2} + 2 + 3)(3\sqrt{2} + 3 - 2)$$

$$= (2\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} + 1)$$

$$= 12 + 17\sqrt{2} + 5 = 17 + 17\sqrt{2}$$

따라서 $a = b = 17$ 이므로 $a - b = 0$

33. $a - b = 5$, $ab = -6$ 일 때, $a^3 - b^3 - a^2b + ab^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 - a^2b + ab^2 &= a^3 - a^2b + ab^2 - b^3 \\ &= a^2(a - b) + b^2(a - b) \\ &= (a^2 + b^2)(a - b) \\ &= \{(a - b)^2 + 2ab\}(a - b) \\ &= \{5^2 + 2 \times (-6)\} \times 5 \\ &= 65 \end{aligned}$$

34. $2a - 5b = -4$, $4a^2 + 25b^2 = 56$ 일 때, $2a + 5b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\pm 4\sqrt{6}$

해설

$$(2a - 5b)^2 = 4a^2 + 25b^2 - 20ab$$

$$(-4)^2 + 20ab = 56, ab = 2$$

$$(2a + 5b)^2 = 4a^2 + 25b^2 + 20ab$$

$$= 56 + 40 = 96$$

$$2a + 5b = \pm \sqrt{96} = \pm 4\sqrt{6}$$

35. $a - b = 2\sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab + 5(a - b) + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16 + 10\sqrt{3}$

해설

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (a - b)^2 + 5(a - b) + 4 \\ &= (2\sqrt{3})^2 + 5 \times 2\sqrt{3} + 4 \\ &= 12 + 10\sqrt{3} + 4 \\ &= 16 + 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

36. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ 일 때, $2x + \frac{2}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm 2\sqrt{2}$$

$$2x + \frac{2}{x} = 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2 \times (\pm 2\sqrt{2}) = \pm 4\sqrt{2}$$

37. $a + b = 2, ab = -8$ 일 때, $a^3b + a^2b + ab^2 + ab^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -176

해설

$$\begin{aligned} & a^3b + a^2b + ab^2 + ab^3 \\ &= ab(a^2 + a + b + b^2) \\ &= ab\{(a+b)^2 - 2ab + a + b\} \\ &= (-8) \times \{2 - 2 \times (-8) + 2\} \\ &= (-8) \times (4 + 16 + 2) \\ &= -176 \end{aligned}$$

38. $a = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 일 때, $4a^2 - 2a - 9b^2 + 3b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $26\sqrt{6} + \sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 25$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}, b = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \text{ 에서}$$

$$a = \sqrt{3} + \sqrt{2}, b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore 4a^2 - 2a - 9b^2 + 3b$$

$$= (4a^2 - 9b^2) - (2a - 3b)$$

$$= (2a + 3b)(2a - 3b) - (2a - 3b)$$

$$= (2a + 3b - 1)(2a - 3b)$$

$$= \{2(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + 3(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - 1\}$$

$$\{2(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})\}$$

$$= (5\sqrt{3} - \sqrt{2} - 1)(-\sqrt{3} + 5\sqrt{2})$$

$$= 26\sqrt{6} + \sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 25$$

39. $x - y = \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + x - y - 2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 + x - y - 2 &= (x - y)^2 + (x - y) - 2 \\&= (\sqrt{2})^2 + \sqrt{2} - 2 \\&= 2 + \sqrt{2} - 2 \\&= \sqrt{2}\end{aligned}$$

40. $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 = 0$ 은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 는 세 변의 길이이다.)

① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^2(a - b) + a(b^2 + c^2) - b(b^2 + c^2) \\ &= a^2(a - b) + (a - b)(b^2 + c^2) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) = 0 \\ &\therefore a - b = 0, a = b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

41. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ 14

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1 (\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

42. 밑면의 가로와 세로가 각각 $x + y$, $2x + 1$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3 + 2x^2y + 7x^2 + 7xy + 3x + 3y$ 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x^2 + 7x + 3)y + 2x^3 + 7x^2 + 3x \\&= (2x^2 + 7x + 3)y + (2x^2 + 7x + 3)x \\&= (x + y)(2x^2 + 7x + 3) \\&= (x + y)(2x + 1)(x + 3)\end{aligned}$$

정육면체이므로

$$x + y = 2x + 1 = x + 3$$

$$2x + 1 = x + 3$$

$$x = 2, y = 3$$

(한 모서리의 길이)

$$= x + y = 2x + 1 = x + 3 = 5$$

43. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$$x^3 + x^2y - x - y$$

$$= x^2(x + y) - (x + y)$$

$$= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.

44. 밑면의 넓이가 $x^2 - 3y + 1$ 인 직육면체의 부피가 $x^3 + 2x^2 - 3xy + x - 6y + 2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + 2x^2 - 3xy + x - 6y + 2 \\ &= x^2(x + 2) - 3y(x + 2) + x + 2 \\ &= (x + 2)(x^2 - 3y + 1) \end{aligned}$$

따라서 $a = 1$, $b = 2$ 이므로
 $a + b = 3$ 이다.

45. 밑면의 가로와 세로가 각각 $3x - 1$, $x - 2y$ 인 직육면체의 부피가 $3x^3 - 7x^2 - 6x^2y + 2x + 14xy - 4y$ 이다. 이때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x - 2$

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x + 2$

⑤ $2x + 1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면
(준식)

$$\begin{aligned} &= -2y(3x^2 - 7x + 2) + 3x^3 - 7x^2 + 2x \\ &= -2y(3x^2 - 7x + 2) + x(3x^2 - 7x + 2) \\ &= (x - 2y)(3x^2 - 7x + 2) \\ &= (x - 2y)(3x - 1)(x - 2) \end{aligned}$$

따라서 높이는 $x - 2$ 이다.