

1. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은?

① 67 ② 68 ③ 69 ④ 70 ⑤ 71

해설

$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}$, $a = 65$, $n = 2$ 이므로 $a+n$ 의 최솟값은 67이다.

2. 분수 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로
① 2^x 꼴인 경우 : 6가지
② 5^y 꼴인 경우 : 2가지
③ $2^x \times 5^y$ 에서
㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지
㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1, 2$ 의 2가지
따라서 무한소수가 아닌 수는 1을 포함하여 15개
∴ 85개

3. 100 이하의 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{90}$ 은 유한소수이고, $\frac{x}{90} - \left[\frac{x}{90} \right] \neq 0$ 이다. 이것을 만족하는 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$\frac{x}{90} - \left[\frac{x}{90} \right] = 0$ 가 되는 x 의 값은 90 이므로
 $\frac{x}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되려면 x 는 90 이 아닌 9 의 배수이어야 한다.
따라서 x 는 90 을 제외한 100 이하의 9 의 배수, 따라서 10 개 이다.

4. $\frac{x}{3}(6-3x) - \frac{x}{2}(6x-8) - 3x = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, $2A + 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x - x^2 - (3x^2 - 4x) - 3x \\ &= -4x^2 + 3x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = -4, B = 3$$

$$\therefore 2A + 3B = 2 \times (-4) + 3 \times 3 = 1$$

5. $0.\dot{4}\dot{5} = 45 \times \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 순환소수는?

- ① 0.11 ② 0.01 ③ 0.01 ④ 0.001 ⑤ 0.001

해설

$$0.\dot{4}\dot{5} = \frac{45}{99} = 45 \times \frac{1}{99} \text{ 이므로 } \square = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}\dot{1}$$

6. x 에 대한 일차방정식 $14x + 1 = a$ 의 해를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수가 된다고 한다. 이때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$14x + 1 = a, \quad x = \frac{a-1}{14} = \frac{a-1}{2 \times 7}$$

유한소수가 되려면 $a-1$ 은 14보다 작은 7의 배수

$$\therefore a = 8$$

7. $0.\dot{3}4 - 0.\dot{1} = \frac{7}{a}$, $3.0\dot{5} \times 0.4\dot{5} = \frac{25}{b}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

- ① $1.\dot{2}$ ② $1.\dot{3}$ ③ $1.\dot{4}$ ④ $1.\dot{5}$ ⑤ $1.\dot{6}$

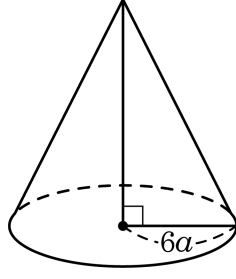
해설

$$\begin{aligned} 0.\dot{3}4 - 0.\dot{1} &= \frac{34 - 3}{90} - \frac{1}{9} = \frac{31}{90} - \frac{10}{90} \\ &= \frac{21}{90} = \frac{7}{30} \quad \therefore a = 30 \end{aligned}$$

$$3.0\dot{5} \times 0.4\dot{5} = \frac{275}{90} \times \frac{45}{99} = \frac{25}{18} \quad \therefore b = 18$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{30}{18} = \frac{15}{9} = 1.\dot{6}$$

8. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $6a$ 인 원뿔의 부피가 $36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2$ 일 때, 원뿔의 높이는?



- ① $3b^2 - 2b$ ② $3b^3 - 2b^2$ ③ $6b^3 - 4b^2$
④ $6ab^3 - 4ab^2$ ⑤ $12b^3 - 8b^2$

해설

원뿔의 부피 : $\frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$

높이를 h 라 하자.

$$\frac{1}{3} \times 36\pi a^2 \times h = 36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2$$

$$12a^2 h = 12a^2 (3b^3 - 2b^2)$$

$$\therefore h = 3b^3 - 2b^2$$

9. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$$

10. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 12자리 수

해설

$$\begin{aligned} & 2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

11. $16^5 \leq x^{30} \leq 32^8$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$16^5 \leq x^{30} \leq 32^8$$

$$(2^4)^5 \leq x^{30} \leq (2^5)^8$$

$$2^{20} \leq x^{30} \leq 2^{40}$$

$$(2^2)^{10} \leq (x^3)^{10} \leq (2^4)^{10}$$

따라서 $2^2 \leq x^3 \leq 2^4$ 을 만족하는 자연수는 2 이다.

12. $A = x^2 - 2x + 4$, $B = 2x^2 - x + 2$, $C = -2x^2 + 3$ 일 때, $A - \{B - 2(A + C)\}$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $-3x^2 - 5x + 16$ ② $-3x^2 + 5x + 9$
③ $3x^2 - 5x + 9$ ④ $4x^2 - 5x + 3$
⑤ $-4x^2 - 5x + 10$

해설

$$A - \{B - 2(A + C)\} = A - B + 2A + 2C \\ = 3A - B + 2C$$

$$A = x^2 - 2x + 4, B = 2x^2 - x + 2, C = -2x^2 + 3 \text{ 이므로}$$

$$3A - B + 2C$$

$$= 3(x^2 - 2x + 4) - (2x^2 - x + 2)$$

$$+ 2(-2x^2 + 3)$$

$$= 3x^2 - 6x + 12 - 2x^2 + x - 2 - 4x^2 + 6$$

$$= -3x^2 - 5x + 16$$

13. 다음을 만족하는 두 다항식 A , B 에 대하여 $A \div B$ 를 간단히 하여라.

$$(-2x^3y^4)^2 \times A = 16x^8y^{12}, \quad (4x^2y^3)^2 \div B = 4x^3y^6$$

▶ 답 :

▷ 정답 : xy^4

해설

$$A = \frac{16x^8y^{12}}{(-2x^3y^4)^2} = \frac{16x^8y^{12}}{4x^6y^8} = 4x^2y^4$$

$$B = \frac{16x^4y^6}{4x^3y^6} = 4x$$

$$A \div B = 4x^2y^4 \div 4x = xy^4$$

14. 자연수 n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} \\ &= \frac{(-1)^n (-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ & \quad (-1)^n (-1)^{n+1} \text{ 은 } n \text{ 이 짝수, 홀수일 때 모두 } -1 \text{ 이다. 따라서} \\ & \frac{(-1)^n (-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{(-1) \times x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} = -\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = 0 \end{aligned}$$

15. $-16x^2y^3 \times \square \div 8xy^2 = -4x^3y^2$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-2xy^2$

② $2xy^2$

③ $-2x^2y$

④ $2x^2y$

⑤ $-2xy$

해설

$$-2xy \times \square = -4x^3y^2$$

$$\square = 2x^2y$$

16. $x^2 - \{5x - (x + 3x^2 - \square)\} = 2x^2 - x - 5$ 에서 $\square$ 안에
알맞은 식을 구하면?

① $-x^2 - 3x - 5$ ② $-2x^2 + 3x - 5$ ③ $3x^2 - 3x + 5$

④ $2x^2 - 5x + 5$ ⑤ $2x^2 - 3x + 5$

해설

$$x^2 - \{5x - (x + 3x^2 - \square)\} = 2x^2 - x - 5 \text{ 를 정리하면}$$

$$4x^2 - 4x - \square = 2x^2 - x - 5$$

$$\square = 4x^2 - 4x - (2x^2 - x - 5) = 2x^2 - 3x + 5$$

17. $2y - \{x - (3x + 4y - \square)\} = -3x + 7y$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈
알맞은 식을 구하여라.

① $5x + y$

② $-5x + 2y$

③ $-5x - 2y$

④ $5x - y$

⑤ $5x - 2y$

해설

$$2y - \{x - (3x + 4y - \square)\} = -3x + 7y$$

$$2y - (-2x - 4y + \square) = -3x + 7y$$

$$2x + 6y - \square = -3x + 7y$$

$$\therefore \square = 5x - y$$

18. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n}(x-1)(x+1)+(-1)^{2n+1}(x-1)^2+(-1)^{2n-1}(x+1)^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x^2-3$

해설

$2n$ 은 짝수, $2n-1$, $2n+1$ 은 홀수이므로
 $(-1)^{2n} = 1$, $(-1)^{2n+1} = -1$, $(-1)^{2n-1} = -1$
 $\therefore$ (주어진 식) $= (x-1)(x+1) - (x-1)^2 - (x+1)^2$
 $= -x^2 - 3$

19. $2 \times 2^{\square} \times 2^3 = 64$ 일 때, $\square$ 안의 수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2^{\square} \times 2^4 = 64 = 2^6$$
$$\square + 4 = 6 \quad \therefore \square = 2$$

20. $a = -2$, $b = -3$ 일 때, $\frac{15a^2 - 3ab}{3a} - \frac{8ab + 4b^2}{4b}$ 의 값은?

- ① 0 ② 6 ③ 12 ④ -6 ⑤ -12

해설

$$(\text{준식}) = 5a - b - (2a + b) = 3a - 2b = -6 + 6 = 0$$

21. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(20a^2b^3 - 16a) \div (-4a) + 6b^4 \div \frac{3b}{4a^3}$$

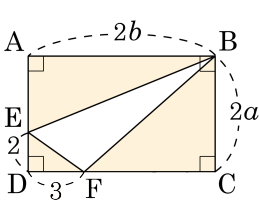
▶ 답 :

▷ 정답 : $8a^3b^3 - 5ab^3 + 4$

해설

$$\begin{aligned} & (20a^2b^3 - 16a) \div (-4a) + 6b^4 \div \frac{3b}{4a^3} \\ &= (20a^2b^3 - 16a) \times \left(-\frac{1}{4a}\right) + 6b^4 \times \frac{4a^3}{3b} \\ &= -\frac{20a^2b^3}{4a} + \frac{16a}{4a} + 8a^3b^3 \\ &= -5ab^3 + 4 + 8a^3b^3 \end{aligned}$$

22. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 a, b 의 식으로 나타내어라.



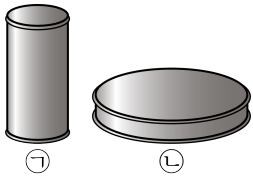
▶ 답 :

▷ 정답 : $4ab - 3a - 2b + 3$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2b \times (2a - 2) + \frac{1}{2} \times 2a \times (2b - 3) \\ &= 3 + 2ab - 2b + 2ab - 3a = 4ab - 3a - 2b + 3 \end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $2a$, 높이가 b 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $5a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4b}{25}$

해설

통조림은 원기둥의 부피를 구하는 공식은 (부피) = $\pi(\text{반지름})^2 \times (\text{높이})$ 이다.

$$(\text{㉠의 부피}) = \pi(2a)^2 \times b = 4a^2b\pi$$

$$(\text{㉡의 부피}) = \pi(5a)^2 \times (\text{높이}) = 25a^2\pi \times (\text{높이})$$

$$4a^2b\pi = 25a^2\pi \times (\text{높이})$$

$$(\text{높이}) = \frac{4b}{25}$$

24. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -2$ 일 때, $\frac{3a - 2ab + 3b}{2a + 3ab + 2b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{a+b}{ab} = -2, a+b = -2ab,$$

$$\frac{3a-2ab+3b}{2a+3ab+2b} = \frac{3(a+b)-2ab}{2(a+b)+3ab} \text{ 에 } a+b = -2ab \text{ 을 대입하면}$$

$$\frac{3(a+b)-2ab}{2(a+b)+3ab} = \frac{-6ab-2ab}{-4ab+3ab} = \frac{-8ab}{-ab} = 8$$

25. $A = \frac{x-y}{2}$, $B = \frac{x-2y+1}{3}$ 일 때, $4A - 6B$ 를 x, y 에 대한 식으로 나타내면?

- ① $4x + 2y - 2$ ② $2y - 2$ ③ $4x - 2y + 2$
④ $-x + 4y + 3$ ⑤ $x - 4y + 3$

해설

$$4\left(\frac{x-y}{2}\right) - 6\left(\frac{x-2y+1}{3}\right) = 2x - 2y - 2x + 4y - 2 = 2y - 2$$

26. $\frac{3}{a} = \frac{1}{b}$ 일 때, $\frac{a^2 + 2b^2}{3ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{9}$

해설

$$a = 3b, \frac{a^2 + 2b^2}{3ab} = \frac{(3b)^2 + 2b^2}{3b \cdot 3b} = \frac{11b^2}{9b^2} = \frac{11}{9}$$

27. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉡ 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ㉢ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ㉣ 분모의 소인수가 소수로만 되어있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉤ 모든 0 이 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

- ㉡ $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ 과 같이 유한소수인 경우도 있다.
- ㉢ 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 분모의 소인수가 2 와 5 뿐인 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

28. $5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1$ 일 때, $-5x + 2y - 1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 라고 한다. $a + b$ 의 값은?

① -14 ② -10 ③ -5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} 5x - 3y - 7 &= -x + 9y - 1, \quad 6x = 12y + 6, \quad x = 2y + 1 \text{을 대입하면,} \\ (\text{준식}) &= -5(2y + 1) + 2y - 1 \\ &= -10y - 5 + 2y - 1 \\ &= -8y - 6 \\ \therefore a + b &= -14 \end{aligned}$$

29. $x = \frac{4}{9}$ 일 때, $x - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내려고 한다. 이때,

순환마디를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}x - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} &= x - \frac{1}{\frac{x}{x} - \frac{1}{x}} \\&= x - \frac{1}{\frac{x-1}{x}} \\&= x - \frac{x}{x-1}\end{aligned}$$

x 의 값을 대입하면

$$\frac{4}{9} - \frac{1}{-\frac{5}{4}} = \frac{4}{9} + \frac{4}{5} = \frac{56}{45} = 1.24444\cdots$$

따라서 순환마디는 4이다.

30. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면 $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{1-y}$$

$z + \frac{1}{x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-1}{y-1} + \frac{y}{y-1} = 1$$