

1. $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\ &= (x^2+2x-3)Q'(x) + 2x+1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

2. x^{30} 을 $x-3$ 으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면 $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과 R 과의 차는?

① $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$

② $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$

③ $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$

④ $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$

⑤ $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x=3 \text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은 $Q(1)$ 과 같으므로

$$x=1 \text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$

3. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고 $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

- ① $ax + by = 0$
- ② $a + b = x + y$
- ③ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- ④ $x = y$
- ⑤ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0$ 을
간단히 정리하면
 $a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$
즉, $(ay - bx)^2 = 0$
 $\therefore ay - bx = 0$ ($\because a, x, b, y$ 는 실수)
따라서, $ay = bx$ 에서 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

4. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 49 개

해설

$$\begin{aligned} a^3 + 3a^2 + 3a + 1 &= (a + 1)^3 \\ \therefore N &= 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1 \\ &= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6 \\ \therefore \text{약수의 개수} &= (6 + 1) \times (6 + 1) = 49 \end{aligned}$$

5. 두 다항식 $A = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$, $B = x^2 - (k + 2)x + 2k$ 의 최소공배수가 $(x + \alpha)^2(x + \beta)^2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$A = (x + 3)^2(x - 2), B = (x - 2)(x - k)$$

따라서 A, B 의 최소공배수 L 은

$$(x + 3)^2(x - 2)(x - k)$$

이것이 $(x + \alpha)^2(x + \beta)^2$ 의 꼴이 되려면

$$x - 2 = x - k$$

$$\therefore k = 2$$