1. 서로 다른 두 자연수 a, b에 대하여 다음 중 a, b가 서로소인 것은?

① a의 약수와 b의 약수 중 공통인 것이 없다.

② a의 약수와 b의 약수 중 공통인 것은 1 뿐이다.

③ a의 약수와 b의 약수 중 공통인 것은 0 뿐이다.

④ a의 약수와 b의 약수 중 공통인 것은 a 뿐이다.

⑤ a의 약수와 b의 약수 중 공통인 것은 a, b 이다.

해설

a, b가 서로소일 때, 두 수의 공약수는 1 뿐이고, 최대공약수도 1 이다.

2. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5 , 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □(= 최대공약수) 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45 를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개) 이다.

3. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24 의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$

(a, b의 공약수의 개수) = (24의 약수의 개수)

$= (3+1) \times (1+1)$

$= 8$(개)

4. 6 의 배수이면서 동시에 9 의 배수가 되는 수는 k 의 배수라고 할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$ 이다.

5. 우리 동네는 아침에 분리수거차와 청소차가 각각 10 일, 6 일마다 온다. 오늘 동시에 분리수거차와 청소차가 왔을 때, 다음에 처음으로 동시에 오는 날은 며칠 후 인지 구하여라.

▶ 답 : 일 후

▷ 정답 : 30일 후

해설

10과 6의 최소공배수는 30이므로 30일 후에 분리수거차와 청소차가 동시에 온다.

6. $\frac{n}{18}$, $\frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.
다음 ☐안에 알맞은 것을 써넣어라.

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18 과 24 의 ☐이어야 한다.

㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 ☐이다.

㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 ☐이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n은 18과 24의 공배수이어야 한다.
㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
㉢ n의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

7. 90, $2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.
$90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5$

8. 두 수 $2^4\times5^4$, $2^3\times5^m\times7$ 의 최대공약수가 $2^3\times5^3$ 일 때, m 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3\times5^3$ 이고
$2^4\times5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로
$2^3\times5^m\times7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.
따라서 $m=3$

9. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
$a=3,\ b=2,\ c=7$ 이다.
$\therefore\ a+b+c=12$

10. 두 자연수 $6\times x$, $10\times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$6\times x = 2\times 3\times x$, $10\times x = 2\times 5\times x$ 의 최소공배수는 $2\times 3\times 5\times x = 90$
따라서 $x = 3$ 이다.

11. 가로의 길이가 72cm, 세로의 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

12. 가로의 길이가 450 m , 세로의 길이가 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450 과 240 의 최대공약수인 30 m 이다.

13. 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다. 가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장)이다.

14. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b라 할 때, $b-a$ 의 값은?

① 1456 ② 1460 ③ 1462 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$
$70 = 2 \times 5 \times 7$
$98 = 2 \times 7^2$ 에서
최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로
$a = 14,\ b = 1470$ 이다.
따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

15. 다음 중 옳은 것은?

① 소수는 모두 홀수이다.

② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.

③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.

④ 1 은 합성수이다.

⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

① 2 는 유일한 짝수이다.
② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

16. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

> ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b의 공약수
>
> ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b의 공약수는 24의 공약수이므로
$24 = 2^3 \times 3^1$에서 약수의 개수는
$(3+1) \times (1+1) = 8$(개)

㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개

$\therefore 8 + 4 = 12$

17. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가?

① 12 명 ② 10 명 ③ 8 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

18. 어떤 자연수로 63 을 나누면 3 이 남고 41 을 나누면 5 가 남는다고 한다. 이런 자연수 중 가장 큰 수는?

① 6 ② 8 ③ 12 ④ 15 ⑤ 30

해설

$63 - 3 = 60$, $41 - 5 = 36$ 이므로
구하는 가장 큰 수는 60 과 36 의 최대공약수 12 이다.

19. 두 자연수 12와 15 어느 것으로 나누어도 3이 남는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 48 ② 52 ③ 63 ④ 70 ⑤ 74

해설

어떤 수는 12 와 15 의 공배수 중에서 가장 작은 수이므로

$$3\overline{)\,12 \quad 15}$$
$$\quad\;\; 4 \quad\;\; 5$$

(최소공배수) : $3 \times 4 \times 5 = 60$

따라서 구하는 수는 $60 + 3 = 63$

20. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 240 ② 300 ③ 360 ④ 480 ⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면
$A \times B = L \times G$ 이므로
$1440 = L \times 6$ 이다.
$\therefore\ L = 240$