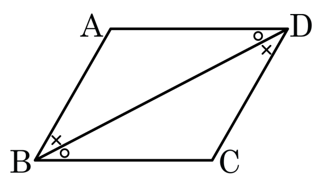
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



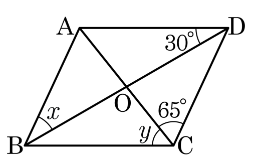
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) ⋯㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ ($\boxed{}$ 합동) $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$ 는 공통 이므로 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동) 이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{ADO} = 30°$, $\angle\mathrm{DCO} = 65°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?



① 65° ② 70° ③ 75°

④ 80° ⑤ 85°

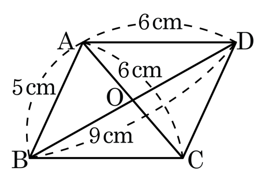
해설

$\angle\mathrm{ADB} = \angle\mathrm{DBC} = 30°$

$\angle x + 30° + 65° + \angle y = 180°$

$\angle x + \angle y = 180° - (30° + 65°) = 85°$

3. 다음 중 평행사변형 ABCD 의 $\triangle$OBC 와 $\triangle$OCD 의 둘레를 차례로 나열한 것은?

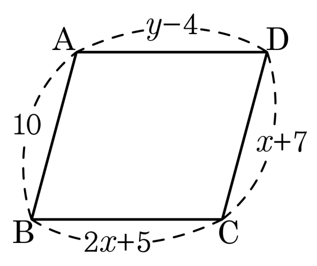


① $11\,\mathrm{cm},\ 12\,\mathrm{cm}$
② $12.5\,\mathrm{cm},\ 12.5\,\mathrm{cm}$
③ $12\,\mathrm{cm},\ 13\,\mathrm{cm}$
④ $13.5\,\mathrm{cm},\ 12.5\,\mathrm{cm}$
⑤ $13\,\mathrm{cm},\ 13\,\mathrm{cm}$

해설

평행사변형이므로 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.
$\triangle$OBC 의 둘레는
$\overline{OB}+\overline{OC}+\overline{BC}=4.5+3+6=13.5(\,\mathrm{cm})$
$\triangle$OCD 의 둘레는
$\overline{OC}+\overline{OD}+\overline{CD}=3+4.5+5=12.5(\,\mathrm{cm})$

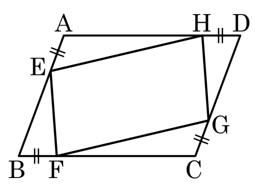
4. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=4,\ y=15$ ② $x=3,\ y=16$ ③ $x=4,\ y=16$
④ $x=3,\ y=15$ ⑤ $x=5,\ y=12$

해설
$10=x+7,\ y-4=2x+5$이므로
$x=3,\ y=15$이다.

5. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형일 때, □EFGH 가 평행사변형이 되는 조건은?



① $\overline{EH} = \overline{FG}$

② $\angle FEG = \angle FGH$

③ $\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$

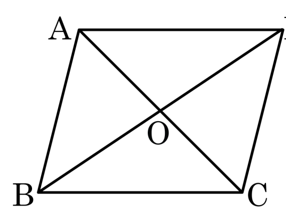
④ $\angle EFG = \angle GHE$, $\angle FEH = \angle FGH$

⑤ $\overline{HG} = \overline{HE}$, $\overline{FG} = \overline{HG}$

해설

$\triangle AEH$, $\triangle CGF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}$, $\overline{AH} = \overline{FC}$, $\angle EAH = \angle FCG$ (SAS 합동)
$\triangle EBF$, $\triangle GDH$ 에서 $\overline{EB} = \overline{GD}$, $\overline{BF} = \overline{HD}$, $\angle EBF = \angle HDG$ (SAS 합동)
그러므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$ 이므로 □EFGH 는 평행사변형이다.

6. □ABCD 가 항상 평행사변형이 되지 않는 것은?



① $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

② $\angle B = 90°$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 90°$

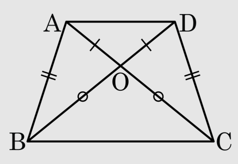
③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\,\text{cm}$

④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 7\,\text{cm}$

해설

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 360° 이므로 $\angle A = 90°$ 가 된다. 두 쌍의 대각의 크기는 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이 된다.

7. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 중 평행사변형인 것을 모두 고르면?

① $\overline{AB} = 12cm, \overline{BC} = 12cm, \overline{CD} = 7cm, \overline{DA} = 7cm$

② $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{CD}$

③ $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 100°$

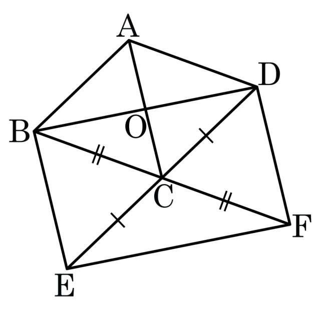
④ $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{CD} = 8cm$, $\angle DAC = 60°$,$\angle BCA = 60°$

⑤ 두 대각선 $\overline{AC}$,$\overline{BD}$ 의 교점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} = \overline{CO} = 5cm$,$\overline{BO} = \overline{DO} = 7cm$

해설

① $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
③ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle BAC = \angle DCA$

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\overline{BC} = \overline{FC}, \overline{DC} = \overline{EC}$ 일 때, 다음 그림에서 평행사변형은 모두 몇 개인가?

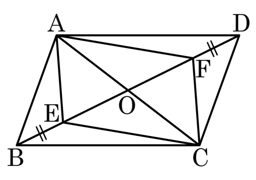


① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

□ABCD (주어진 평행사변형)
□ABEC ($\overline{AB} /\!/ \overline{CE}$, $\overline{AB} = \overline{CE}$)
□ACFD ($\overline{AD} /\!/ \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{CF}$)
□BEFD ($\overline{BC} = \overline{CF}, \overline{DC} = \overline{CE}$)

9. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

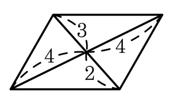
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

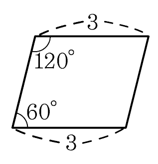
⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하다.

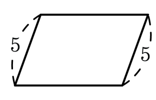
해설

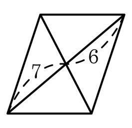
(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$
가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

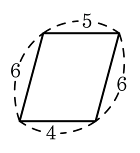
10. 다음 중 평행사변형인 것을 고르면?

① 

② 

③ 

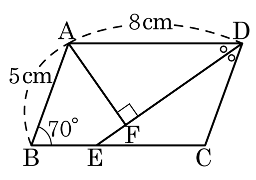
④ 

⑤ 

해설

평행사변형은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\angle B = 70°$ 이다. $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점이 E 이고 $\overline{AF} \perp \overline{ED}$ 일 때, $\angle BAF$ 의 크기와 $\overline{BE}$ 의 길이를 각각 구하면?

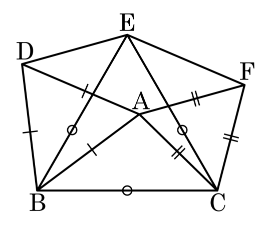


① 45°, 3cm ② 45°, 5cm ③ 55°, 3cm
④ 55°, 5cm ⑤ 60°, 3cm

해설

$\angle C = 110°$, $\angle EDC = 35°$, $\angle DEC = 180° - 110° - 35° = 35°$ 이다.
$\angle DEC = \angle CDE$ 이고, $\overline{CE} = \overline{CD} = 5$ 이므로 $\overline{BE} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$ 이다.
$\angle FDA = 35°$ 이고, $\angle DAF = 55°$ 이므로 $\angle BAF = 110 - 55 = 55°$ 이다.

12. 다음 그림의
$\triangle ADB$, $\triangle BCE$, $\triangle ACF$ 는 $\triangle ABC$ 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. $\square AFED$ 가 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

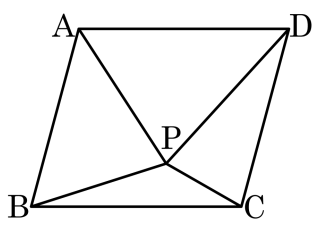
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{EF}$
$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ 이므로
$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{DE}$
따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 사각형 AFED 는 평행사변형이다.

13. 다음 그림과 같이 넓이가 40cm^2 인 평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여 $\triangle PAD$ 와 $\triangle PBC$ 의 넓이가 $4:1$ 일 때, $\triangle PAD$ 의 넓이는?



① 15cm^2 ② 16cm^2 ③ 20cm^2
④ 22cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.

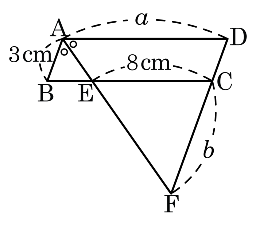
$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PAD = 2 \times (\triangle PBC + \triangle PAD)$

$\triangle PBC + \triangle PAD = 40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$ 이고,

$\triangle PAD : \triangle PBC = 4 : 1$ 이므로

$\therefore\ \triangle PAD = 20 \times \frac{4}{5} = 16(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



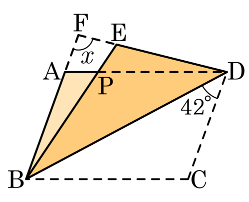
① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle \mathrm{DAF} = \angle \mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)
$\angle \mathrm{BAE} = \angle \mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)
$\triangle \mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8\mathrm{cm}$
$\triangle \mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square \mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$
$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 를 대각선 BD 를 따라 접어 $\triangle DBC$ 가 $\triangle DBE$ 로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하고 $\angle BDC = 42°$ 일 때, $\angle x = \square°$ 이다. $\square$ 의 값은?

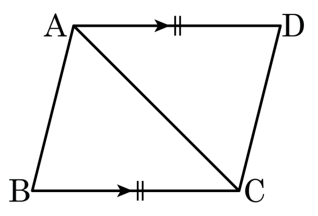


① 94　　② 96　　③ 98　　④ 100　　⑤ 102

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle CBD = \angle ABD = 42°$ 이고,
$\triangle EDB$ 는 $\triangle CDB$ 를 접어올린 것이므로
$\angle CDB = \angle EDB = 42°$ 이다.
$\triangle FBD$ 의 내각의 합이 $180°$ 임을 이용하면
$\angle x + 42° \times 2 = 180°$
$\therefore \angle x = 96°$

16. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?

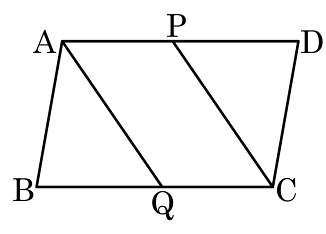


가정) □ABCD에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$
결론) $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$
증명) 대각선 AC를 그으면
△ABC와 △CDA에서
ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠
ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡
ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)
ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로
$\therefore \overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설
ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$
ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

17. $\overline{AD} = 80\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 3cm/s 의 속도로 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 D 로 움직이고, 점 Q 는 7cm/s 의 속도로 꼭짓점 C 에서 꼭짓점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 4 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?

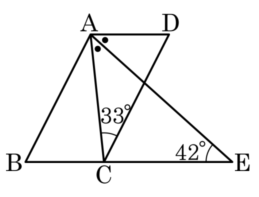


① 6 초 후　② 7 초 후　③ 8 초 후
④ 9 초 후　⑤ 10 초 후

해설

$\overline{AP} = \overline{QC}$ 가 될 때까지 점 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면
$3x = 7(x-4)$
$3x = 7x - 28,\ 4x = 28\ \therefore x = 7$(초)

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선이 점 E 에서 만난다. $\angle ACD = 33°$, $\angle E = 42°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?



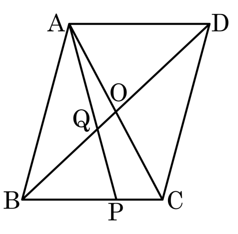
① 61°　② 63°　③ 65°

④ 67°　⑤ 69°

해설

$\angle DAE = \angle AEC = 42°$ (엇각)
$\angle DAC = 42° \times 2 = 84°$
$\angle BCD = 84° + 33° = 117°$
$\angle B = 180° - 117° = 63°$

19. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $160\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{BC}$ 의 중점을 P, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 3:2$ 일 때, □QPCO 의 넓이는?



① $22\,\mathrm{cm}^2$ ② $24\,\mathrm{cm}^2$ ③ $26\,\mathrm{cm}^2$
④ $28\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle APC &= \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\square ABCD \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 160 \\ &= 40(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

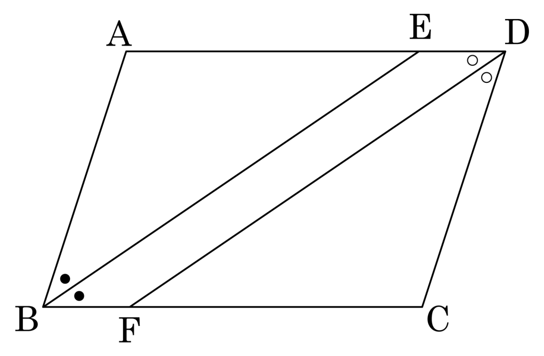
$$\begin{aligned}\triangle PCO = \triangle APO &= \frac{1}{2}\triangle APC \\ &= \frac{1}{2}\times 40 = 20(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

$\overline{AQ} : \overline{QP} = 3:2$ 이므로

$$\triangle QPO = \frac{2}{5}\triangle APO = \frac{2}{5}\times 20 = 8(\mathrm{cm}^2)$$

$$\begin{aligned}\therefore \square QPCO &= \triangle PCO + \triangle QPO \\ &= 20 + 8 = 28(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

20. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열하면?



가정) □ABCD 는 평행사변형, $\angle ABE = \angle EBC$, $\angle EDF = \angle FDC$
결론) □EBFD 는 평행사변형
증명) □ABCD 는 평행사변형이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle EBF = \angle EDF$
$\angle AEB = \angle EBF$, $\angle EDF = \angle CFD$ ($\boxed{}$) 이므로
$\angle AEB = \angle CFD$, $\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \boxed{}$
따라서 □EBFD 는 평행사변형이다.

① 동위각, $\angle FBD$　② 동위각, $\angle BDF$　③ 동위각, $\angle DFB$
④ 엇각, $\angle FBD$　⑤ 엇각, $\angle DFB$

해설
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = \angle DFB$ 이다.