

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 0의 제곱근은 0이다.
- ㉡ 36의 제곱근은 6이다.
- ㉢ -16의 제곱근은 -4이다.
- ㉣ 4의 음의 제곱근은 -2이다.
- ㉤ $\sqrt{(-4)^2}$ 의 양의 제곱근은 4이다.

해설

- ㉡ 36의 제곱근은 ± 6
- ㉢ 음수의 제곱근은 없다.
- ㉤ $\sqrt{(-4)^2} = 4$ 의 양의 제곱근은 2이다.

2. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근

③ $-(\sqrt{5})^2$

⑤ $-\sqrt{49}$

② $\sqrt{(-3)^2}$

④ $-(-\sqrt{6})^2$

해설

① $\sqrt{2^2} = 2$ 이므로 $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근 $= -\sqrt{2}$

② $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

③ -5

④ -6

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

3. $-1 < a < 2$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$$

- ① $a-3$ ② $-2a-3$ ③ $-2a+1$
④ 3 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2} \\ &= -(a-2) - (a+1) \quad (\because a-2 < 0, a+1 > 0) \\ &= -a+2-a-1 \\ &= -2a+1 \end{aligned}$$

4. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$
 $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면
 $a = 21 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.
 $21 \times 4 = 84, 21 \times 9 = 189, \dots$
 $21 \times 25 = 525, 21 \times 36 = 756$
 $\therefore 756 - 189 = 567$

5. $\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360} \rightarrow 14 < x < 120$ $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되려면 $x = 3 \times k^2$ (k 는 자연수) 이어 한다.

$k^2 = 9$ 일 때, $x = 3 \times 9 = 27$

$k^2 = 16$ 일 때, $x = 3 \times 16 = 48$

$k^2 = 25$ 일 때, $x = 3 \times 25 = 75$

$k^2 = 36$ 일 때, $x = 3 \times 36 = 108$

6. 다음 중 옳은 것은?

- ① 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ② 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ③ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ④ 모든 수 a 에 대하여 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ② $\sqrt{1} = 1$
- ③ 1의 제곱근은 ± 1 이다.
- ④ $a > 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로 $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

7. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15} + 1$ 에서

$$4 - \sqrt{15} - 1 = 3 - \sqrt{15} < 0,$$

$$\therefore 4 < \sqrt{15} + 1$$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$ 에서

$$3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{8} = 3 - \sqrt{8} > 0,$$

$$\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$ 에서

$$\sqrt{2} + 1 - 3 = \sqrt{2} - 2 < 0, \therefore \sqrt{2} + 1 < 3$$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$ 에서

$$3 - \sqrt{2} - 4 + \sqrt{2} = -1 < 0,$$

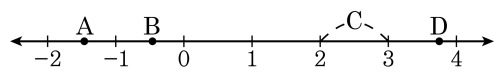
$$\therefore 3 - \sqrt{2} < 4 - \sqrt{2}$$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{6}{7}} &= \frac{\sqrt{20}}{5} - \frac{\sqrt{42}}{7} \\ &= \frac{7\sqrt{20}}{35} - \frac{5\sqrt{42}}{35} \\ &= \frac{\sqrt{980} - \sqrt{1050}}{35} < 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$$

8. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것을 모두 고르면?



- ① $\sqrt{15}$ 는 3 과 4 사이에 위치한다.
- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 B 에 위치한다.
- ③ A 와 B 사이에는 무한 개의 유리수가 존재한다.
- ④ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$ 중 구간 C 에 속하는 무리수는 모두 7 개이다.
- ⑤ $2\sqrt{3}$ 에 대응하는 점은 D 이다.

해설

- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 A 에 위치한다.
- ④ $\sqrt{4}$ 는 무리수가 아니다.

9. 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{2} + 1$ 사이의 무리수는 모두 몇 개인가?

$\sqrt{3} + 0.09$, $\sqrt{3} + 0.5$, $\sqrt{2} + 0.5$
 $\sqrt{2} + 0.09$, $\sqrt{2} + 0.9$, $\sqrt{3} + 0.7$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$
 $\sqrt{3} < x < \sqrt{2} + 1 \rightarrow 1.732 < x < 2.414$
 $\sqrt{2} + 0.09 \approx 1.414 + 0.09 = 1.504$
 $\sqrt{3} + 0.7 \approx 1.732 + 0.7 = 2.432$

10. $\sqrt{800} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{7500} = b\sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{ab} = 10\sqrt{10}$

해설

$$\sqrt{800} = \sqrt{10^2 \times 2^2 \times 2} = 20\sqrt{2}$$

$$\sqrt{7500} = \sqrt{10^2 \times 5^2 \times 3} = 50\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 20, b = 50$$

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{20 \times 50} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$$

11. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라 할 때, $\sqrt{72}$ 를 a, b 를 써서 나타내면?

- ① a^3b^2 ② a^2b^3 ③ a^3b ④ a^2b^2 ⑤ ab^3

해설

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \times 3^2} = (\sqrt{2})^3 (\sqrt{3})^2 = a^3b^2$$

12. $a = b + \frac{1}{b}$ 이고 $b = \sqrt{7}$ 일 때, a 는 b 의 몇 배인가?

▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{8}{7}$ 배

해설

$$a = \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{8}{7} \sqrt{7}$$

$$\therefore a = \frac{8}{7} b$$

13. 유리수 a, b 에 대하여 " $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면 $a = b = 0$ 이다."라는 성질을 이용하여 $x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2}(1 - 3\sqrt{2})$ 을 만족시키는 두 유리수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 수로 바르게 짝지어진 것은?

풀이과정

$$x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 6$$

좌변으로 이항하여 정리하면

$$x + 3y + 6 + (2x + 5y - 1)\sqrt{2} = 0$$

문제에 주어진 성질에 의하여

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

이 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \boxed{}, y = \boxed{}$$

$$\text{따라서, } x + y = \boxed{}$$

① $x = 13, y = 33, x + y = 20$

② $x = 23, y = -13, x + y = 10$

③ $x = -33, y = 13, x + y = -20$

④ $x = 33, y = -13, x + y = 20$

⑤ $x = 33, y = 13, x + y = 43$

해설

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$2 \times \textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 을 하면, } y = -13$$

$$\text{이것을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면, } x = 33$$

$$\text{따라서 } x + y = 20 \text{ 이다.}$$

14. 제곱근표에서 $\sqrt{5} = 2.236$ 일 때, $\sqrt{0.45}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.6708

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.45} &= \sqrt{\frac{45}{100}} = \frac{\sqrt{45}}{10} \\ &= \frac{\sqrt{5 \times 3^2}}{10} = \frac{3 \times 2.236}{10} \\ &= 0.6708\end{aligned}$$

15. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $3(a - \sqrt{7})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{7} < 3 \text{ 이므로 } a &= \sqrt{7} - 2 \\ 3(a - \sqrt{7}) &= 3(\sqrt{7} - 2 - \sqrt{7}) = -6 \end{aligned}$$

16. $2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 266

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}} &= 2\sqrt{133} \times \sqrt{7} \times \sqrt{19} \\ &= 2\sqrt{133 \times 7 \times 19} \\ &= 2\sqrt{133^2} \\ &= 266 \end{aligned}$$

17. $\left(x - \frac{A}{3}\right)^2$ 을 전개한 식이 $x^2 + Bx + \frac{1}{9}$ 일 때, $A^2 + 9B^2$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 상수)

- ① $\frac{1}{9}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ 1
- ④ 3
- ⑤ 5

해설

$$x^2 - 2 \times x \times \frac{A}{3} + \left(\frac{A}{3}\right)^2 = x^2 - \frac{2}{3}Ax + \frac{A^2}{9}$$

$$A^2 = 1, B^2 = \frac{4}{9}A^2$$

$$\therefore A^2 + 9B^2 = 1 + 9 \times \frac{4}{9} = 5$$

18. $(x+a)(x-3) = x^2 + bx + 11$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{31}{3}$ ② -10 ③ $-\frac{29}{3}$ ④ $-\frac{28}{3}$ ⑤ -9

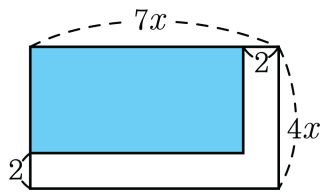
해설

$$(x+a)(x-3) = x^2 + (a-3)x - 3a = x^2 + bx + 11$$

$$a-3 = b, -3a = 11$$

따라서 $a = -\frac{11}{3}$, $b = -\frac{20}{3}$ 이므로, $a+b = -\frac{31}{3}$ 이다.

19. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이는?

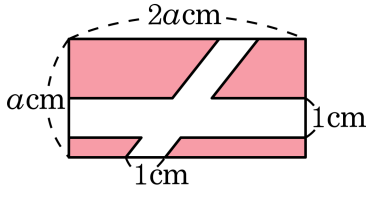


- ① $28x^2 + 22x + 4$ ② $28x^2 - 12x + 4$
③ $28x^2 - 22x + 4$ ④ $10x^2 - 22x + 4$
⑤ $11x^2 - 12x - 4$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $7x - 2$, 세로의 길이는 $4x - 2$ 이다.
색칠한 부분의 넓이는
 $(7x - 2)(4x - 2) = 28x^2 - 22x + 4$

20. 다음 그림에서 가로 $2a\text{cm}$, 세로 $a\text{cm}$ 인 직사각형 안에 그림과 같이 1cm 간격의 빈 부분이 있을 때 색칠한 부분의 넓이는 얼마인가?



- ① $a^2 - 3a - 1$ (cm^2)
- ② $2a^2 - 3a - 1$ (cm^2)
- ③ $2a^2 - 3a + 1$ (cm^2)
- ④ $a^2 + 3a - 1$ (cm^2)
- ⑤ $2a^2 - 1$ (cm^2)

해설

$$\begin{aligned} S &= (2a - 1)(a - 1) \\ &= 2a^2 - 3a + 1 \end{aligned}$$

21. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$ 을 전개했을 때 x 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-2)(x+3) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ & x^2+x=t \text{라 하면} \\ & (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ &= (t-2)(t-6) \\ &= t^2-8t+12 \\ &= (x^2+x)^2-8(x^2+x)+12 \\ &= x^4+2x^3+x^2-8x^2-8x+12 \\ &= x^4+2x^3-7x^2-8x+12 \\ & \Rightarrow x \text{의 계수 : } -8 \end{aligned}$$

22. $(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$ 에서 x^2 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned} & (x-2)(x-1)(x+1)(x+2) \\ &= \{(x-1)(x+1)\}\{(x-2)(x+2)\} \\ &= (x^2-1)(x^2-4) = x^4 - 5x^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 x^2 의 계수는 -5 이다.

23. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 87^2

② 51×52

③ 13×7

④ 37×43

⑤ 51^2

해설

$$\begin{aligned} 51 \times 52 &= (50 + 1)(50 + 2) \\ &= 50^2 + (1 + 2) \times 50 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

24. $(2x-5)(x-3)-(3x+2)(x-3)$ 를 인수분해하면?

① $(x+3)(x+7)$

② $-(x+3)(x+7)$

③ $-(x-3)(x+7)$

④ $-(x-3)(x-7)$

⑤ $(x-3)(x+7)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-3)(2x-5-3x-2) \\ &= (x-3)(-x-7) \\ &= -(x-3)(x+7)\end{aligned}$$

25. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $2x - 2y$

③ $2x$

④ $2y$

⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x-y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

26. $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

27. $(4x - y)\left(x - \frac{1}{2}y\right)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수와 y^2 의 계수의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$$(\text{준식}) = 4x^2 - 2xy - xy + \frac{1}{2}y^2 = 4x^2 - 3xy + \frac{1}{2}y^2$$

xy 의 계수 : -3

y^2 의 계수 : $\frac{1}{2}$

$$\therefore -3 \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

28. $(x-y)^2 - 12x + 12y + 36 = (x+ay+b)^2$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$x-y=A$ 로 치환하면

$$A^2 - 12A + 36 = (A-6)^2 = (x-y-6)^2$$

$$\therefore a = -1, b = -6$$

$$\therefore ab = 6$$

29. $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)+1=(x^2+ax+b)^2$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -7$

▷ 정답 : $b = 11$

해설

$$\begin{aligned} & (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)+1 \\ &= (x^2-7x+10)(x^2-7x+12)+1 \\ & A=x^2-7x \text{로 치환하면} \\ & (A+10)(A+12)+1=A^2+22A+121 \\ & \qquad \qquad \qquad = (A+11)^2 \\ & \qquad \qquad \qquad = (x^2-7x+11)^2 \end{aligned}$$

따라서 $a = -7, b = 11$ 이다.

30. $x^2y - y - 2 + 2x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x^2 - 1$

④ $y - 2$

⑤ $y + 2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2y + 2x^2 - y - 2 \\ &= x^2(y + 2) - (y + 2) \\ &= (x^2 - 1)(y + 2) \\ &= (x + 1)(x - 1)(y + 2)\end{aligned}$$

31. $4x^2 - 24xy + 36y^2 - 16$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4x - 12y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 4(x^2 - 6xy + 9y^2) - 16 \\&= 4(x - 3y)^2 - 16 \\&= (2x - 6y + 4)(2x - 6y - 4) \\ \therefore (2x - 6y + 4) + (2x - 6y - 4) &= 4x - 12y\end{aligned}$$

32. $5007 \times 5009 + 1$ 이 어떤 자연수의 제곱일 때, 어떤 자연수를 구하면?

- ① 5005 ② 5006 ③ 5007 ④ 5008 ⑤ 5009

해설

$$\begin{aligned} 5007 \times 5009 + 1 &= (5008 - 1)(5008 + 1) + 1 \\ &= 5008^2 - 1 + 1 = 5008^2 \end{aligned}$$

33. $a = 2\sqrt{2} - 4$, $b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\&= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\&= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\&= (-10)^2 = 100\end{aligned}$$

34. $x + y = 4, xy = 2$ 일 때, $(3x + y)^2 - (x + 3y)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $64\sqrt{2}$

해설

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 8$$

$$\therefore x - y = 2\sqrt{2} (\because x > y)$$

$$\begin{aligned}(3x + y)^2 - (x + 3y)^2 &= (2x - 2y)(4x + 4y) \\ &= 8(x + y)(x - y) \\ &= 8 \times 4 \times 2\sqrt{2} \\ &= 64\sqrt{2}\end{aligned}$$

35. 반지름의 길이가 5 cm 인 원에서 반지름의 길이를 x cm 만큼 늘릴 때, 늘어난 넓이를 x 에 대한 식으로 나타내면?
- ① $5\pi x^2 \text{ cm}^2$

② $\pi x(x+5) \text{ cm}^2$

③ $\pi x(x+10) \text{ cm}^2$

④ $\pi x(2x+5) \text{ cm}^2$

⑤ $\pi x(2x+10) \text{ cm}^2$

해설

(반지름의 길이가 5 cm 인 원의 넓이)
 $= \pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$
(반지름의 길이를 x cm 만큼 늘인 원의 넓이)
 $= \pi \times (x+5)^2$
따라서, 늘어난 넓이는
$$\begin{aligned} \pi \times (x+5)^2 - 25\pi &= \pi(x^2 + 10x + 25) - 25\pi \\ &= \pi x^2 + 10\pi x + 25\pi - 25\pi \\ &= \pi x(x+10) (\text{cm}^2) \end{aligned}$$