

1. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1=A$, $x-2=B$ 로 치환하면

$$(2x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$

$$= (3x-1)(x+3)$$

$$\therefore a=-1, b=3$$

$$\therefore a+3b=-1+9=8$$

2. $(x + 3y)^2 - 4y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x - 5y)(x - y)$

② $(x + 2y)(x - 2y)$

③ $(x - 5y)(x + y)$

④ $(x + 3y)(x + 2y)$

⑤ $(x + 5y)(x + y)$

해설

$$(x + 3y)^2 - 4y^2 = (x + 3y)^2 - (2y)^2 \text{ 이므로}$$

$$x + 3y = A, 2y = B \text{ 라 하면}$$

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

$$= (x + 3y + 2y)(x + 3y - 2y)$$

$$= (x + 5y)(x + y)$$

3. $(x+2)^2 - (2x-3)^2$ 을 간단히 하면 $-(ax+b)(x+c)$ 이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면? (단, a 는 양수)

① -5

② -1

③ -3

④ -10

⑤ -12

해설

$x+2=A$, $2x-3=B$ 로 치환하면
 $(x+2)^2 - (2x-3)^2$
 $=A^2 - B^2$
 $=(A+B)(A-B)$
 $=(x+2+2x-3)(x+2-2x+3)$
 $=(3x-1)(-x+5)$
 $=(3x-1)(x-5)$
 $\therefore a+b+c=3+(-1)+(-5)=-3$

4. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠

$a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-3)^2a^2} \times \sqrt{4a^2} = 6a^2$
- ㉡

$a < 0$ 일 때, $\sqrt{25a^2} - \sqrt{(-6a)^2} = -a$
- ㉢

$a < 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{100a^2} - 5\sqrt{4b^2} = 10(a - b)$
- ㉣

$a > 0, b < 0$ 일 때,
 $\sqrt{(4a)^2} - \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(6b)^2} = 2a + 7b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

- ㉡

$a < 0$ 일 때,
 $\sqrt{25a^2} - \sqrt{(-6a)^2} = -5a - (-6a) = a$
- ㉢

$a < 0, b > 0$ 일 때,
 $\sqrt{100a^2} - 5\sqrt{4b^2} = -10a - 5 \times 2b = -10(a + b)$
- ㉣

$a > 0, b < 0$ 일 때,
 $\sqrt{(4a)^2} - \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(6b)^2} = 4a + 7b$

5. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠

$-\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -4a$
- ㉡

$\sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = -a$
- ㉢

$-\sqrt{(-4a)^2} \times \frac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -20a$
- ㉣

$9\sqrt{a^2} + \sqrt{(-6a)^2} - \sqrt{a^2} = 14a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠

$-\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -11a - 7a = -18a$

㉡

$\sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = 5a + 6a = 11a$

㉢

$-\sqrt{(-4a)^2} \times \frac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -4a \times \frac{5a}{a^2} = -20$

6. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{4a^2} - \sqrt{b^2}$ 을 간단히 하면?

① $-a - b$

② $-a - 2b$

③ a

④ $-a$

⑤ $-a + 2b$

해설

$$\begin{aligned} & a > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{a^2} = a, \\ & b < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(-b)^2} = -b, \\ & (\sqrt{a^2})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{b^2} \\ & = a + (-b) - (2a) - (-b) \\ & = a - b - 2a + b = -a \end{aligned}$$

7. 다음 중 $\sqrt{28x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{1}{7}$ ② 7^2 ③ 28 ④ 63 ⑤ $\frac{4}{7}$

해설

$$\sqrt{28x} = \sqrt{2^2 \times 7 \times x}$$

② $\sqrt{2^2 \times 7^3} = 2 \times 7 \times \sqrt{7} = 14\sqrt{7}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

8. n 이 자연수이고, $1 < n < 20$ 일 때, $\sqrt{3n}$ 이 자연수가 되는 n 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{3n}$ 에서 $n = 3 \times k^2$ 이므로 $n = 3, 12$
따라서 n 의 값들의 합은 15 이다.

9. 다음 식이 모두 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 최솟값을 구하고 그 자연수 y 를 각각 구하여라.

	자연수 x 의 최솟값	y
$y = \sqrt{270x}$	㉠	㉡
$n = \sqrt{\frac{120}{x}}$	㉢	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠= 30

▷ 정답 : ㉡= 90

▷ 정답 : ㉢= 30

▷ 정답 : ㉣= 2

해설

㉠ $270x = 2 \times 3^3 \times 5 \times x$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉡ 따라서 $y = \sqrt{270 \times 30} = 90$ 이다.

㉢ $\frac{120}{x} = \frac{2^3 \times 3 \times 5}{x}$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉣ 따라서 $y = \sqrt{\frac{120}{30}} = 2$ 이다.

10. 곱셈 공식을 이용하여 14.98×15.02 를 계산하려고 한다. 다음 중 가장 이용하기 편리한 곱셈 공식을 고르면?

① $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

② $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

③ $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

④ $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$$\begin{aligned} 14.98 \times 15.02 &= (15 - 0.02)(15 + 0.02) \\ &= 15^2 - 0.02^2 \\ &= 225 - 0.0004 \\ &= 224.9996 \end{aligned}$$

따라서 $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$ 을 사용한다.

11. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$311 \times 311 - 310 \times 312 - 2$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} a &= 311 \text{ 이라 하면,} \\ 311 \times 311 - 310 \times 312 - 2 \\ &= a \times a - (a - 1) \times (a + 1) - 2 \\ &= a^2 - (a^2 - 1) - 2 \\ &= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

12. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.
 $2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.
 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
 $= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
 $= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$
 $= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16}-1$
 $\therefore a=16, b=-1$
 $\therefore a-b=16-(-1)=17$

13. $x = \sqrt{2} - 1$, $y = \sqrt{2} + 1$ 일 때, 다음을 계산하여라.

보기

$$xy^2 - x^2y$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} xy^2 - x^2y &= xy(y - x) \\ &= (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1) \\ &= (2 - 1)2 = 2 \end{aligned}$$

14. $x^2 - 5x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

① 25

② 26

③ 27

④ 28

⑤ 29

해설

$x^2 - 5x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누어 주면,

$x - 5 - \frac{1}{x} = 0$ 이므로 $x - \frac{1}{x} = 5$ 이다.

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 5^2 + 2 = 27$

15. 다음 조건을 만족할 때, $x^3 + x + y + x^2y + 4$ 의 값을 구하여라.

$x = \sqrt{3}, x + y - 4 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{3}, x + y = 4 \text{ 이므로} \\ x^3 + x + y + x^2y + 4 &= x^2(x + y) + (x + y) + 4 \\ &= (x + y)(x^2 + 1) + 4 \\ &= 4 \times (3 + 1) + 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

16. 다음 중 가장 큰 값을 골라라.

보기

$$\begin{aligned} &\sqrt{(-4)^2} - \sqrt{3^4 \times 2^2}, \\ &(-\sqrt{(-3)^2})^2 + \sqrt{25} - \sqrt{2^6 \times 4^2}, \\ &\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4 \times 4^2} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4}$

해설

$$\begin{aligned} &\sqrt{(-4)^2} - \sqrt{3^4 \times 2^2} = 4 - 3^2 \times 2 = 4 - 18 = -14 \\ &(-\sqrt{(-3)^2})^2 + \sqrt{25} - \sqrt{2^6 \times 4^2} = (-3)^2 + 5 - 2^3 \times 4 = 9 + 5 - 32 = -18 \\ &\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4 \times 4^2} = 2^2 \times 3 \times 5 - 3^2 \times 4 = 60 - 36 = 24 \end{aligned}$$

그러므로 가장 큰 값은 $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4}$ 이다.

17. $\sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = x$, $2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = y$,
 $\sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = z$ 일 때, $x + y + 10z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} \\ &= 14 \div 2 + 9 \\ &= 7 + 9 = 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} \\ &= 2 \times 16 - 15 \\ &= 32 - 15 = 17 \end{aligned}$$

$$z = \sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = 0.8 - 0.1 = 0.7$$

따라서 $x + y + 10z = 16 + 17 + 7 = 40$ 이다.

18. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

- ① 282 ② 285 ③ 288 ④ 291 ⑤ 294

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2 \\ \therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c &= 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2} \\ &= 288 + 3 = 291 \end{aligned}$$

19. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

20. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^3

③ $\sqrt{a}$

④ $\frac{1}{a^3}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$

④ 8

⑤ $\sqrt{2}$

21. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$

㉡ x

㉢ $\sqrt{x}$

㉤ $-\frac{1}{x}$

㉥ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

22. 다음 중 수직선에 나타냈을 때, 가장 오른쪽에 있는 수를 구하여라.

$0, 1 + \sqrt{2}, 7, \sqrt{3} + \sqrt{2}, 1 - 2\sqrt{3}, 7\sqrt{3} - 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : $7\sqrt{3} - 2$

해설

$1 - 2\sqrt{3} < 0 < 1 + \sqrt{2} < \sqrt{3} + \sqrt{2} < 7 < 7\sqrt{3} - 2$

23. 다음 세 수의 크기를 비교하여라.

$$a = 3\sqrt{3}, \quad b = 3\sqrt{5} + \sqrt{3}, \quad c = 4\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $c < a < b$

해설

각각의 수에 대하여

$$a - b = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{12} - \sqrt{45} < 0 \text{ 이므로}$$

$$a < b$$

$$b - c = 3\sqrt{5} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{27}$$

$$> 0 \text{ 이므로 } b > c$$

$$a - c = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } a > c$$

따라서 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $c < a < b$ 이다.

24. 세 수 $A = \sqrt{12} + \sqrt{6}$, $B = \sqrt{11} + \sqrt{7}$, $C = \sqrt{10} + \sqrt{8}$ 에 대하여 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{12} + \sqrt{6}$

해설

세 수에 대하여

$$A^2 = (\sqrt{12} + \sqrt{6})^2 = 18 + 2\sqrt{72}$$

$$B^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{7})^2 = 18 + 2\sqrt{77}$$

$$C^2 = (\sqrt{10} + \sqrt{8})^2 = 18 + 2\sqrt{80}$$

$A^2 < B^2 < C^2$ 에서

A, B, C 가 모두 양수이므로 $A < B < C$ 이다.

따라서 가장 작은 수는 $\sqrt{12} + \sqrt{6}$ 이다.