1. 다음 중 다항식의 계산결과가 잘못된 것은?

① $(5x-y)+(3x-2y)=8x-3y$

② $(5x^3+x^2-6x+7)-(2x^3-4x^2-1)=3x^3+5x^2-6x+8$

③ $(xy+xy^2-x^2)-(3x^2-xy)$
$=2xy+xy^2-4x^2$

④ $(x^2+1)(3x^2-2x-1)$
$=3x^4-2x^3-2x^2+2x-1$

⑤ $(x^3-3xy^2-2y^3)\div(x+y)=x^2-xy-2y^2$

해설

$(x^2+1)(3x^2-2x-1)=3x^4-2x^3+2x^2-2x-1$

2. 다음 등식이 x에 대한 항등식일 때, $a-b+c$의 값을 구하여라.

$$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

$=ax^2-(2a-b)x+(a-b+c)$

상수항을 비교해 보면

$\therefore\ a-b+c=1$

해설

양변에 $x=0$을 대입하면

$1=a-b+c$

3. 다음 식이 x에 대한 항등식이 되도록 A, B의 값을 정할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

$$4x-6=A(x+1)-B(x-1)$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

x에 대한 항등식이므로 x의 값에 관계없이 항상 성립한다.
따라서 $x=-1$을 양변에 대입하면,
$4\times(-1)-6=A(-1+1)-B(-1-1)$
$-10=2B \quad \therefore\ B=-5$
또, $x=1$을 양변에 대입하면,
$4\times1-6=A(1+1)-B(1-1)$
$-2=2A \quad \therefore\ A=-1$
$\therefore\ A=-1,\ B=-5$
$\therefore\ A+B=-6$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,
$4x-6=(A-B)x+A+B$
$\therefore A+B=-6$

4. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}$을 만족하는 모든 실수 x, y에 대하여 항상 $ax+by+5=0$이다. 이때 $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=t$라 하면

$x=2t-1,\ y=3t+1$

이것을 $ax+by+5=0$에 대입하면

$a(2t-1)+b(3t+1)+5=0$

$(2a+3b)t+(-a+b+5)=0$

이 식이 모든 실수 t에 대하여 성립해야 하므로

$2a+3b=0\cdots①$

$-a+b+5=0\cdots②$

①, ②를 연립하여 풀면

$a=3,\ b=-2 \quad \therefore\ a+b=3+(-2)=1$

해설

$\frac{A}{B}=\frac{C}{D} \Leftrightarrow AD=BC$ 성질 이용

$3x+3=2y-2$

$3x-2y+5=0$은 $ax+by+5=0$

$\therefore a=3,\ b=-2$

5. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$의 값은?

① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$125^2 - 75^2 = (125 + 75)(125 - 75)$$
$$= 200 \times 50 = 10000$$
$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$
(준 식)$= 10000 \div 10 = 1000$

6. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2+3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

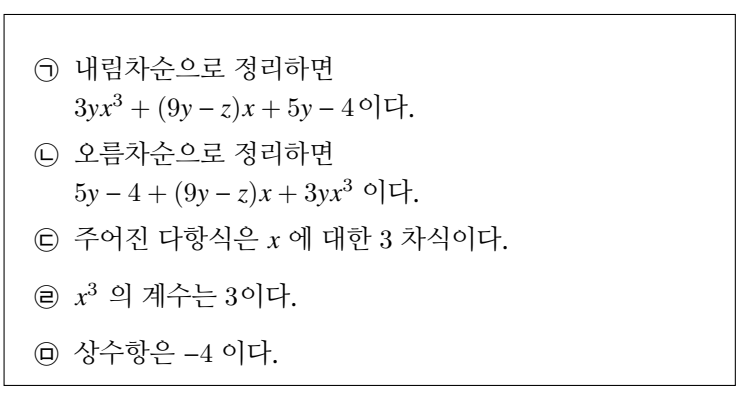
해설

최대공약수가 $x-1$이므로 각각의 식에 $x=1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore\ 1+a-2=0,\ 1+3+b=0$에서 $a=1,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=-3$

7. x 에 대한 다항식 $3x^3y+5y-xz+9xy-4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ 내림차순으로 정리하면
$3yx^3+(9y-z)x+5y-4$ 이다.

㉡ 오름차순으로 정리하면
$5y-4+(9y-z)x+3yx^3$ 이다.

㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3 차식이다.

㉣ x^3 의 계수는 3이다.

㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢
② ㉠, ㉡, ㉢
③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y-4$ 이다.

8. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

① $4x^2 - 6x + 1$ ② $4x^2 - 7x + 3$ ③ $4x^2 - 4x + 5$
④ $4x^2 - 8x + 2$ ⑤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.
몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$
∴ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

9. x^3+ax^2+bx-4는 $x-2$로 나누어 떨어지고 $x+1$로 나누면 나머지가 6이다. $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$f(x)=x^3+ax^2+bx-4$라 하면
$f(2)=4a+2b+4=0\cdots\cdots$㉠
$f(-1)=a-b-5=6\cdots\cdots$㉡
㉠, ㉡에서 $a=3$, $b=-8$
$\therefore\ a-b=11$

10. $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\dfrac{q}{p}$ 의 값은?

① 9 ② 4 ③ -9 ④ -3 ⑤ -12

해설

$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$
$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$
$p = -3,\ q = -12,\ \dfrac{q}{p} = \dfrac{-12}{-3} = 4$

11. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$의 인수인 것은?

① $a - b + c$　② $c - a$　③ $b + c$

④ $a - b$　⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

12. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1)-6\\ &= X^2+X-6\\ &= (X+3)(X-2)\\ &= (x^2+x+3)(x^2+x-2)\\ &= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

13. 두 다항식 $2x^2+2x-4$와 $4x^3-4$에 관한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.

② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.

③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.

④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.

⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2+2x-4=2(x-1)(x+2)$
$4x^3-4=4(x-1)(x^2+x+1)$
최대공약수 : $2(x-1)$
최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

14. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, 상수 a, b의 값을 정하면?

① $a=-1,\ b=3$　② $a=1,\ b=3$

③ $a=3,\ b=-1$　④ $a=-3,\ b=-1$

⑤ $a=3,\ b=1$

해설

x^3+ax^2+bx+3
$=(x^2+1)(x+c)$
$=x^3+cx^2+x+c$
$\therefore\ a=c,\ b=1,\ c=3$
따라서 $a=3,\ b=1$

15. $x^2 = 3 - \sqrt{2}$일 때, $\dfrac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1}$의 값은?

① $8 - 6\sqrt{2}$ ② $8 - 4\sqrt{2}$ ③ $5 - 6\sqrt{2}$

④ $5 - 4\sqrt{2}$ ⑤ $3 - 6\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1} &= \frac{x^4(x-1) - 3(x-1)}{x - 1} \\ &= \frac{(x^4 - 3)(x-1)}{x - 1} \\ &= x^4 - 3 \\ &= (3 - \sqrt{2})^2 - 3 \\ &= 11 - 6\sqrt{2} - 3 = 8 - 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

16. 최대공약수가 $x-2$이고, 최소공배수가 x^3+2x^2-5x-6인 두 다항식 A, B에 대하여 $A=x^2+x-6$일 때, 다항식 B를 구하면?

① x^2-x-2 ② x^2-x+2 ③ x^2+2x-1
④ $2x^2-x-1$ ⑤ x^2+x+1

해설

조립제법을 이용한다.

2	1	2	-5	-6
		2	8	6
-1	1	4	3	0
		-1	-3	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$
$A=x^2+x-6=(x+3)(x-2)$
$B=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$
$\therefore \quad B=(x-2)(x+1)=(x^2-x-2)$

17. 다항식 M 이 두 다항식 A, B 의 공약수라 할 때, 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① M 은 $A-B$ 의 약수이다.

② M 은 A, $A+B$ 의 공약수이다.

③ M 은 $A+B$ 의 약수이다.

④ M^2 은 $AB+B^2$ 의 약수이다.

⑤ M^2 은 $AB-B$ 의 약수이다.

해설

$A=MP, B=MQ$ 라 하자.
① $A-B=M(P-Q)$ (참)
② $A=MP, A+B=M(P+Q)$ (참)
③ $A+B=M(P+Q)$ (참)
④ $AB+B^2=M^2(PQ+Q^2)$ (참)
⑤ $AB-B=M(MPQ-Q)$ (거짓)

18. $\dfrac{2005^3+1}{2005\times 2004+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2006

해설

$2005 = x$ 로 놓으면

$$(\text{준 식}) = \frac{x^3+1^3}{x(x-1)+1}$$
$$= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$
$$= x+1$$
$$= 2006$$

19. $a+b+c=7$, $a^2+b^2+c^2=21$, $abc=8$일 때, $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$의 값은?

① 26 ② 48 ③ 84 ④ 96 ⑤ 112

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^c+2(ab+bc+ca)$

$49=21+2(ab+bc+ca)$

$\therefore\ ab+bc+ca=14$

$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)$

$=(14)^2-2(8\times7)$

$=84$

20. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 x^2+x+1 으로 나누면 나머지가 9, $f(x)-g(x)$ 를 x^2+x+1 로 나누면 나머지가 -3 이다. 이 때, $f(x)$를 x^2+x+1로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$f(x)+g(x)=(x^2+x+1)Q_1(x)+9$ ·····㉠
$f(x)-g(x)=(x^2+x+1)Q_2(x)-3$ ·····㉡
㉠ + ㉡을 하면
$2f(x)=(x^2+x+1)\{Q_1(x)+Q_2(x)\}+6$

$$f(x)=(x^2+x+1)\frac{Q_1(x)+Q_2(x)}{2}+3$$

∴나머지는 3