

1. $\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} = \left(\frac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\frac{n}{m}$ 은 기약분수이다.)

① 6

② 9

③ 11

④ 16

⑤ 17

해설

$$3^6 + 3^6 + 3^6 = 3^6 \times 3 = 3^7$$

$$5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 = 5^6 \times 5 = 5^7$$

$$4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6 = 4^6 \times 4 = 4^7$$

$$2^6 + 2^6 = 2^6 \times 2 = 2^7$$

$$\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6}$$

$$= \frac{3^7}{5^7} \times \frac{4^7}{2^7} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{2}\right)^7$$

$$= \left(\frac{3 \times 4}{5 \times 2}\right)^7 = \left(\frac{6}{5}\right)^7$$

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore m+n = 5+6 = 11$$

2. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

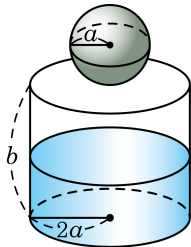
① $\frac{1}{3}a$

② $\frac{2}{3}a$

③ a

④ $\frac{4}{3}a$

⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

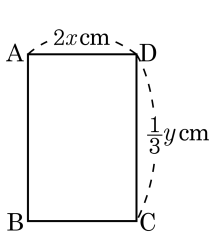
$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x \text{ cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y \text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



- ① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.

(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로

$\overline{AD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

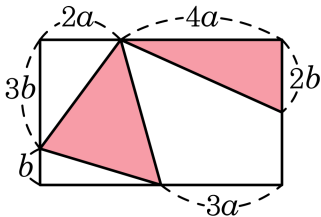
$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2y$$

$$\therefore \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2y} = \frac{y}{6x} \text{ (배)}$$

4. 다음 그림의 직사각형에서 어두운 부분의 넓이를 a , b 에 관한 식으로 나타내면?



- ① $6ab$ ② $8ab$ ③ $\frac{17}{2}ab$ ④ $\frac{19}{2}ab$ ⑤ $\frac{25}{2}ab$

해설

$$\frac{(2a + 3a) \times 4b}{2} - \left(3ab + \frac{3ab}{2} \right) = \frac{11}{2}ab,$$

$$\frac{4a \times 2b}{2} = 4ab \text{ 이므로 } \frac{11}{2}ab + 4ab = \frac{19}{2}ab \text{ 이다.}$$

5. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

6. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{를 } b \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{를 } a \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

7. $-4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \boxed{})\} = -a - 11b$ 일 때, $\boxed{}$ 안에 알맞은 식은?

① $-3b - 2a$

② $-b - 4a$

③ $b - 2a$

④ $2a + 3b$

⑤ $3a + 3b$

해설

$$\begin{aligned} & -4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \boxed{})\} \\ &= -4a - (3a + 5b - 2a + 4b + 2\boxed{}) \\ &= -4a - 3a - 5b + 2a - 4b - 2\boxed{} \\ &= -5a - 9b - 2\boxed{} = -a - 11b \\ \therefore \boxed{} &= b - 2a \end{aligned}$$

8. $16^{3x+2} = 4^{x-6}$ 을 만족하는 x 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$16^{3x+2} = (4^2)^{3x+2} = 4^{6x+4} \text{ 이므로}$$

$$6x + 4 = x - 6$$

$$5x = -10$$

$$\therefore x = -2$$

9. 다음 식을 만족하는 최대의 자연수 n 에 대하여, $n - a + 2b - c$ 의 값은?

$$(x^a y^b z^c)^n = x^{56} y^{64} z^{88}$$

① -2

② 0

③ 4

④ 6

⑤ 10

해설

56, 64, 88 의 최대공약수는 8 이다.

따라서 $n = 8$ 이고, $a = 7$, $b = 8$, $c = 11$ 이다.

그러므로 $n - a + 2b - c = 8 - 7 + 16 - 11 = 6$ 이다.

10. 다음 중 가장 큰 수는?

① 2^{30}

② 3^{20}

③ 4^{15}

④ 5^{10}

⑤ 9^5

해설

① $2^{30} = (2^3)^{10}$

② $3^{20} = (3^2)^{10}$

③ $4^{15} = 2^{30} = (2^3)^{10}$

④ 5^{10}

⑤ $9^5 = 3^{10}$

따라서 가장 큰 수는 ② 이다.

11. $A = x^2 - 2x + 5$, $B = 2x^2 + x - 3$ 일 때, $5A - (2A + B)$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x^2 - 5x + 8$

② $-3x^2 - 7x - 5$

③ $x^2 + 6x + 9$

④ $-x^2 + 10x - 22$

⑤ $x^2 - 7x + 18$

해설

$$(준식) = 3A - B$$

A, B 의 값을 대입하면

$$3(x^2 - 2x + 5) - (2x^2 + x - 3) = x^2 - 7x + 18$$

12. 다음 식이 성립하는 x, y 에 대하여 $2xy$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{1}{25}, \quad \frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{1}{27}$$

① 0

② -2

③ -4

④ -6

⑤ -8

해설

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{5^{(4x+2y)}}{5^{(3x-2y)}} = 5^{4x+2y-(3x-2y)} = 5^{x+4y}$$

$$\therefore x + 4y = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{3^{(x+y)}}{3^{(4x+4y)}} = 3^{-3x-3y}$$

$$\therefore -3x - 3y = -3, \quad x + y = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

이제 ㉠과 ㉡을 연립하면 $x = 2, y = -1$ 이므로
따라서 $2xy = -4$ 이다.

13. $\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$ 일 때, $(10xy - 15y^2) \div 5y^2$ 의 값은?

① -5

② -3

③ -2

④ 1

⑤ 5

해설

$$(10xy - 15y^2) \div 5y^2 = \frac{2x}{y} - 3$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{y} \text{ 은 } x = 2y \text{ 이므로 } \frac{4y}{y} - 3 = 1 \text{ 이다.}$$

14. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{4606}{B^2}A^3$

② $\frac{4607}{B^2}A^3$

③ $\frac{4608}{B^2}A^3$

④ $\frac{4609}{B^2}A^3$

⑤ $\frac{4610}{B^2}A^3$

해설

$$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A$$

$$B = 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3}$$

$$\begin{aligned}\frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{\frac{B^2}{3}} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2}\end{aligned}$$

15. $\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} = 2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?

① $a = 3b$

② $a = -3b$

③ $a = \frac{1}{3}b$

④ $a = \frac{3}{b}$

⑤ $a = -\frac{3}{b}$

해설

$$\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} = 2a-b$$

$$4(5a-3b) + 3(3a+5b) = 24a-12b$$

$$5a = -15b$$

$$\therefore a = -3b$$