

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

- ①

$\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$
- ②

$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$
- ③

$\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$
- ④

$\frac{1}{2^2 \times 3^2}$
- ⑤

$\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

3. 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 기원전 300년경 그리스의 수학자로 소수가 무한히 많음을 증명한 사람은?

- ① 칸토어
- ② 유클리드
- ③ 오일러
- ④ 골드바흐
- ⑤ 가우스

해설

유클리드는 ‘소수가 무한이다.’ 라는 것을 증명하였습니다.

4. 180 을 소인수분해하면?

① $2 \times 3^3 \times 5$

② $2^4 \times 5$

③ $3^4 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2 \times 3 \times 5^2$

해설

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5 \quad \therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

5. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

6. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.

㉡ 11 과 19 는 소수이다.

㉢ 두 자연수가 서로소이면 공약수는 1 뿐이다.

㉣ 두 소수는 항상 서로소이다.

㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 없다.

- ① ㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉡,㉢,㉣

④ ㉠,㉡,㉢,㉣

⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.

㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 7, 9 이다.

7. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □(= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

8. 12의 배수도 되고 20의 배수도 되는 수는?

- ① 4의 배수 ② 24의 배수 ③ 36의 배수
④ 60의 배수 ⑤ 120의 배수

해설

12와 20의 공배수는 두 수의 최소공배수인 60의 배수이다.

9. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10 초마다, 피시방의 네온사인은 8 초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 40 초

해설

10 과 8 의 최소공배수는 40 이므로 두 가게의 네온사인은 40 초마다 동시에 불이 켜진다.

10. 6으로 나누거나 8로 나누어도 3이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

① 23

② 24

③ 25

④ 26

⑤ 27

해설

6, 8의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

11. $2^a = 8$, $7^b = 343$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$2^3 = 8$, $7^3 = 343$ 이므로 $b - a = 0$ 이다.

12. 다음 보기 중 합성수인 것을 골라라.

보기

㉠ 1

㉡ 17

㉢ 31

㉣ 37

㉤ 64

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 64 이다.

13. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

14. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

- ① 2^4
- ② $2^2 \times 3^2$
- ③ 2×3^2
- ④ 3^3
- ⑤ 1

해설

2^4 의 약수는1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고
 3^2 의 약수는1, 3, 3^2 이므로
 $2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

×	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3	1×2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

15. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 15

④ 30

⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

16. x 는 최대공약수가 6인 두 자연수의 공약수일 때, x 의 개수는?

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

공약수는 최대공약수의 약수
6의 약수: 1, 2, 3, 6
∴ 4개

17. 다음 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ \square \overline{) \quad 8 \quad 20} \\ \square \overline{) \quad \square \quad 10} \\ \quad 2 \quad \square \end{array}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ 2 \overline{) \quad 8 \quad 20} \\ 2 \overline{) \quad 4 \quad 10} \\ \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80$

18. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때,
 $a + b - c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,
 $7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
 $13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.
따라서 $a + b - c = 5$ 이다.

19. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 부족하고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 + 2 = 28$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 4 (명)

20. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm, 20cm, 6cm 인 벽돌이 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 정답 : 60 cm

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 20 \quad 6} \\ 2 \overline{) \quad 6 \quad 10 \quad 3} \\ 3 \overline{) \quad \quad 3 \quad 5 \quad 3} \\ \quad \quad 1 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12, 20, 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$ 이다.

21. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

22. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 42 ② 49 ③ 56 ④ 60 ⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,

$$G \times L = A \times B$$

$420 = 7 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 60$$

23. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉣ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉢ 1 은 7 의 배수가 아니다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

24. 다음 세 자리 수는 3의 배수이다. 안에 들어갈 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

28

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 8

해설

각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 하므로

$$2 + \square + 8 = 10 + \square$$

$$\therefore \square = 2, 5, 8$$

25. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 35

② 88

③ 2×3^3

④ $3^2 \times 7^3$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

① $35 = 5 \times 7$,

$(1+1) \times (1+1) = 2 \times 2 = 4$ (개)

② $88 = 2^3 \times 11$,

$(3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

③ $(1+1) \times (3+1) = 2 \times 4 = 8$ (개)

④ $(2+1) \times (3+1) = 3 \times 4 = 12$ (개)

⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

26. 810 의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(4+1)(1+1) = (1+1)(x+1)(1+1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

27. A 는 15의 약수의 모임이고, B 는 어떤 수의 약수의 모임일 때, A 와 B 의 공통된 수의 개수는 1개이다. 어떤 수가 될 수 있는 모든 자연수들의 합을 구하여라. (단, 어떤 수는 10 보다 작은 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$15 = 3 \times 5$$

15 와 어떤 수의 공약수가 개수가 1 개, 즉 서로소이므로
어떤 수는 10 미만의 자연수 중 3 과 5 의 배수가 아닌 수이므로
1, 2, 4, 7, 8 이다.

따라서 어떤수가 될 수 있는 자연수들의 합은 22 이다.

28. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3$ (지수가 작은 쪽)

29. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
또한,
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

30. 두 수 $2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 공배수를 옳게 표현한 것은?

- ① 30의 약수 ② 30의 배수 ③ 60의 약수
④ 60의 배수 ⑤ 4의 배수

해설

$2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

31. 자연수 n 에 대하여 $n+1$ 은 3의 배수이고 $n+4$ 은 7의 배수일 때, $n+6$ 을 21로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n+1$ 은 3의 배수이므로
값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,
 $n+4$ 은 7의 배수이므로
값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.
 $\therefore (n+6)$ 을 21로 나눈 나머지 = 2

32. 연필 28 개와 지우개 35 개모두를 가능한 한 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

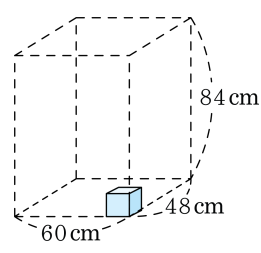
▶ 답 : 7 명

▷ 정답 : 7 명

해설

28 와 35 의 최대공약수는 7 이다

33. 같은 크기의 정육면체 블록을 빈틈없이 쌓아서 가로 길이 60 cm, 세로 길이 48 cm, 높이 84 cm 인 직육면체가 되도록 하려 한다. 되도록 큰 정육면체 블록으로 쌓을 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

쌓으려고 하는 정육면체의 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 공약수이다.

그런데 되도록 큰 정육면체로 쌓는다고 했으므로 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48 \quad 60 \quad 84} \\ 2 \overline{) 24 \quad 30 \quad 42} \\ 3 \overline{) 12 \quad 15 \quad 21} \\ \hline 4 \quad 5 \quad 7 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

34. 톱니의 수가 12 개, 20 개, 24 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 차례로 맞물려 있다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 다시 처음의 위치로 돌아오려면 A 는 최소한 몇 번 회전하는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 10번

해설

$12 = 2^2 \times 3, 20 = 2^2 \times 5, 24 = 2^3 \times 3$ 이므로 세 수의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 = 120$ 이다.

A 의 회전수는 $\frac{120}{12} = 10$ (번) 이다.

$\therefore$ 10 번

35. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33 ② 40 ③ 51 ④ 65 ⑤ 71

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} &= \frac{56}{39} \text{ 이므로} \\ \frac{a}{b} &= \frac{(26 \text{과 } 39 \text{의 최소공배수})}{(7 \text{과 } 56 \text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7} \\ \therefore a - b &= 78 - 7 = 71 \end{aligned}$$