

1. $\sqrt{6} \times \sqrt{40} \div \sqrt{96} \times \sqrt{150} = 5\sqrt{a}$ 일 때, a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 15$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{6 \times 40 \times \frac{1}{96} \times 150} \\ &= \sqrt{5 \times 5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{15}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 15$$

2. $(ax - 6y)^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$$(ax - 6y)^2 = a^2x^2 - 12axy + 36y^2$$

$$a^2x^2 - 12axy + 36y^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore c = 36$$

$$-12a = b \quad \therefore b = -60$$

$$a + b + c = 5 + (-60) + 36 = -19$$

3. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

4. 임의의 실수 a, b 에 대하여 $\star$ 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,
 $\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0

② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

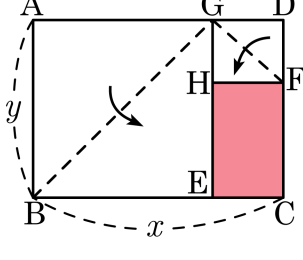
④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$

⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

5. 가로 길이가 $x\text{cm}$, 세로 길이가 $y\text{cm}$ ($x > y$)인 직사각형 ABCD를 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



- ① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$ ② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
 ③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$ ④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었다는 것은 $\square ABEG$ 와 $\square GHFD$ 가 정사각형이라는 뜻이다.
 $\overline{GD}$ 의 길이는 $x - y$ 이고, $\square GHFD$ 이 정사각형이므로 $\overline{GH}$ 길이도 $x - y$ 이다.
 따라서 $\overline{HE}$ 의 길이는 $y - (x - y) = -x + 2y$ 이다.
 사각형 HECF의 넓이는 $(x - y)(-x + 2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

6. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

㉠ $x^2 - 36$

㉡ $x^2 - 6$

㉢ $x^2 + 6$

㉣ $x^2 + 36$

㉤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\ &= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x - 6)(x + 6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

7. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 33 ⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10), \\ (10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

8. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b| \cdots (1)$

$a > 0, b < 0 \cdots (2)$

(1), (2)에 의해 $\ominus a + b < 0$

9. 두 원 A, B 의 반지름의 길이를 각각 r_1 , r_2 라고 할 때, $r_1 = 4r_2$ 이고, 원 A 의 넓이는 $256\pi\text{cm}^2$ 이다. 원 B 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$$r_1 = \sqrt{256} = 16\text{cm} \quad \therefore r_2 = 4\text{ (cm)}$$

10. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

11. 유리수 a, b 가 $-1 < a < 0$, $ab = 1$ 을 만족할 때,

$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{a}$

해설

$b = \frac{1}{a}$, $-1 < a < 0$ 이므로 $a + \frac{1}{a} < 0$, $a - \frac{1}{a} > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= -\frac{2}{a}\end{aligned}$$

12. 양수 a, b, c 에 대하여 $A = a + b + ab, B = b + c + bc, C = c + a + ca$ 이고, $A + B + C = 33, A - B + C = -1, A + B - C = 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 8$

해설

$$\begin{cases} A + B + C = 33 & \cdots \textcircled{㉠} \\ A - B + C = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \\ A + B - C = 11 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 에서 } 2B = 34$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2C = 22$$

$$\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2A = 10$$

$$\therefore A = 5, B = 17, C = 11 \text{ 이므로}$$

$$5 = a + b + ab \text{ 에서 } (a + 1)(b + 1) = 6$$

$$17 = b + c + bc \text{ 에서 } (b + 1)(c + 1) = 18$$

$$11 = c + a + ca \text{ 에서 } (c + 1)(a + 1) = 12$$

세 식을 모두 곱하면

$$\{(a + 1)(b + 1)(c + 1)\}^2 = 6 \times 18 \times 12$$

$$\therefore (a + 1)(b + 1)(c + 1) = 36$$

$$c + 1 = 6, c = 5$$

$$a + 1 = 2, a = 1$$

$$b + 1 = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

13. $\frac{10^2}{26^2 + 40^2 + 49^2 - 16^2 - 30^2 - 39^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{20}$

해설

$$\begin{aligned}\text{분모} &= (26^2 - 16^2) + (40^2 - 30^2) + (49^2 - 39^2) \\ &= (26 - 16)(26 + 16) + (40 - 30)(40 + 30) \\ &\quad + (49 - 39)(49 + 39) \\ &= 10 \times 42 + 10 \times 70 + 10 \times 88 \\ &= 2000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{10^2}{26^2 + 40^2 + 49^2 - 16^2 - 30^2 - 39^2} \\ = \frac{100}{2000} = \frac{1}{20}\end{aligned}$$

14. $\sqrt{x} = p - 3$ 이고 $\sqrt{x + 12p} + \sqrt{x - 2p + 7} = 7$ 일 때, p 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 \leq p \leq 4$

해설

$\sqrt{x} = p - 3$ 에서 $\sqrt{x} \geq 0$ 이므로 $p \geq 3$

$\sqrt{x} = p - 3$ 의 양변을 제곱하면

$x = (p - 3)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{x + 12p} + \sqrt{x - 2p + 7} \\ &= \sqrt{(p - 3)^2 + 12p} + \sqrt{(p - 3)^2 - 2p + 7} \\ &= \sqrt{(p + 3)^2} + \sqrt{(p - 4)^2} = 7 \end{aligned}$$

i) $3 \leq p < 4$ 일 때

$$(p + 3) - (p - 4) = 7, 7 = 7 \text{로 항상 성립}$$

$$\therefore 3 \leq p < 4$$

ii) $p \geq 4$ 일 때

$$(p + 3) + (p - 4) = 7, 2p = 8$$

$$\therefore p = 4$$

i), ii)에서 $3 \leq p \leq 4$