

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -2 의 제곱근은 $\sqrt{2}i$ 와 $-\sqrt{2}i$ 이다.

② $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

3. 복소수 $z = (1+i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

해설

$$z = (1+i)x + 1 - 2i = (x+1) + (x-2)i$$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x+1=0, \quad x=-1$$

4. x, y 가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$$

$$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$xy - 2 = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore x + y = 3 \quad (\because x, y \text{는 양의 실수})$$

5. 다음을 계산하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

$$\sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}$$

▶ 답:

▷ 정답: $-3 + 3i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}} \\ &= \sqrt{3 \cdot (-3)} - \sqrt{(-3) \cdot (-3)} + \sqrt{\frac{-18}{2}} - \sqrt{\frac{18}{-2}} \\ &= \sqrt{-9} - \sqrt{9} + \sqrt{-9} - \sqrt{-9} \\ &= -\sqrt{9} + \sqrt{-9} \\ &= -3 + 3i \end{aligned}$$

6. 정수 n 에 대해 $z = i^n + i^{-n}, i = \sqrt{-1}$ 을 만족하는 z 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 4개보다 많다.

해설

정수 n 에 대하여 $i^n = i$ 또는 -1 또는 $-i$ 또는 1 ,
 $i^n = i$ 이면 $i^{-n} = -i, i^n = -1$ 이면
 $i^{-n} = -1, i^n = -i$ 이면
 $i^{-n} = i, i^n = 1$ 이면
 $i^{-n} = 1$
 $\therefore i^n + i^{-n} = 0, -2, 0, 2$
 $\therefore z$ 는 3개다.

7. 복소수들 사이의 연산 $*$ 가 다음과 같다고 하자.

$$\alpha * \beta = \alpha + \beta + \alpha\beta i$$

이 때, $(1 + 2i) * z = 1$ 을 만족시키는 복소수 z 는?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $1 + i$

② $1 - i$

③ $-1 + i$

④ $-1 - i$

⑤ i

해설

$z = a + bi$ 라 하면

$$(1 + 2i) * z$$

$$= (1 + 2i) + (a + bi) + (1 + 2i)(a + bi)i$$

$$= (-a - b + 1) + (a - b + 2)i = 1$$

$$-a - b + 1 = 1, a - b + 2 = 0$$

$$a = -1, b = 1$$

$$\therefore z = -1 + i$$

8. 두 복소수 x, y 에 대하여 $x + y = 2 + 3i$ 라 할 때, $x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y}$ 의 값은?

① 13

② $11 + 2i$

③ 12

④ $12 - i$

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 2 + 3i, \quad \bar{x} + \bar{y} = 2 - 3i \\x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y} &= x(\bar{x} + \bar{y}) + y(\bar{x} + \bar{y}) \\&= (x + y)(\bar{x} + \bar{y}) \\&= (2 + 3i)(2 - 3i) \\&= 13\end{aligned}$$

9. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{14}$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서 } 2\alpha + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱해서 정리하면 $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$

$$(\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha + 1) = 0, \alpha^3 = 1$$

$$\therefore \alpha^{3k+1} = \alpha, \alpha^{3k+2} = \alpha^2, \alpha^{3k} = 1$$

$$(\text{준식}) = (\alpha + \alpha^2 + 1) + (\alpha + \alpha^2 + 1) +$$

$$\dots + (\alpha + \alpha^2 + 1) + \alpha + \alpha^2$$

$$= \alpha + \alpha^2$$

$$= -1$$

$$(\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)$$

10. 복소수 $z_1 = 1 - i$ 에 대하여 $z_{n+1} = \bar{z}_n + (1 + i)$ 이라 하자. $z_{100} = a + bi$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이고 \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.)

- ① 98 ② 99 ③ 100 ④ 101 ⑤ 102

해설

$$z_1 = 1 - i$$

$$z_2 = 1 + i + 1 + i = 2 + 2i$$

$$z_3 = 2 - 2i + 1 + i = 3 - i$$

$$z_4 = 4 + 2i \cdots$$

$$\Rightarrow z_{2n} = 2n + 2i, z_{2n-1} = (2n-1) - i \quad (n \text{ 은 자연수})$$

$$\therefore z_{100} = 100 + 2i, a + b = 102$$