1. 다음 x, y의 다항식 P, Q에 대해 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$\mathrm{P} = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$\mathrm{Q} = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면
$\mathrm{P}+\mathrm{Q} = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$
항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x-2)+(7-2x)=2x-5$

② $(x^2+2y^2)-2(y^2-3x^2)=7x^2$

③ $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

④ $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

⑤ $(x^3+1)\div(x+1)=x^2-x+1$

해설

① $(4x-2)+(7-2x)=2x+5$

3. $ax^2-(2a+c)x-1=(b-2)x^2-c$가 x의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $a+b+c$의 값을 구하면?

① -1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

양변의 계수를 비교하면

$a=b-2 \quad \cdots$ ㉠

$2a+c=0 \quad \cdots$ ㉡

$1=c \quad \cdots$ ㉢

$\therefore\ a=-\frac{1}{2},\ b=\frac{3}{2},\ c=1$

$\therefore\ a+b+c=2$

4. 다항식 x^3+5x^2-kx-k 가 $x-1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

인수정리에 의해서 $x=1$ 을 대입하면
$1^3+5\times1^2-k\times1-k=0$
$\therefore\ k=3$

5. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$가 $x - 2$로 나누어 떨어질 때, k의 값은?

① 0 ② 1 ③ −8 ④ −10 ⑤ −12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면
나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$
$\therefore\ k = -12$

6. 다항식 $x^3 - 2$를 $x^2 - 2$로 나눈 나머지는?

① 2　② -2　③ $-2x - 2$

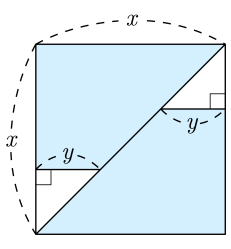
④ $2x + 2$　⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

$\therefore$ 몫은 x, 나머지는 $2x - 2$

7. 다음 그림은 한변의 길이가 x인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy - y^2$ ② $x^2 - y^2$ ③ $x^2 - y$

④ $\dfrac{xy - y^2}{2}$ ⑤ $\dfrac{x - y}{2}$

해설

$x^2 - 2 \times \dfrac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$

8. $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2+b^2-c^2+2ab$ ④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$$\begin{aligned}&(a+b-c)(a-b+c)\\&=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}\\&=a^2-(b-c)^2\\&=a^2-b^2-c^2+2bc\end{aligned}$$

9. $a^2+b^2+c^2=9,\ ab+bc+ca=9,\ a+b+c$의 값은?

① $-3\sqrt{2}$　② $-2\sqrt{3}$　③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{6}$

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$= 9+18 = 27$

$\therefore\ a+b+c = \pm 3\sqrt{3}$

10. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a-b+c$ 의 값은?

$$x^2-2x+4=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$$

① 8 ② 7 ③ 3 ④ 0 ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x=0$을 대입하면

$4=2a \quad \therefore\ a=2$

$x=1$을 대입하면

$3=-b \quad \therefore\ b=-3$

$x=2$을 대입하면

$4=2c \quad \therefore\ c=2$

$\therefore\ a-b+c=2-(-3)+2=7$

11. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$을 $3x - 2$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $Q(1) + R$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$
양변에 $x = 1$을 대입하면, $13 = Q(1) + R$
$\therefore\ Q(1) + R = 13$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$를 $3x - 2$로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

12. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1,\ x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$　② $-x+3$　③ $x-3$
④ $-x-3$　⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1,\ x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1,\ x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2,\ f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$구하는 나머지는 $-x+3$

13. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A+B=-x^3-2x^2+4x+5$, $2A-B=4x^3-x^2-x+1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A=x^3+x^2+x+2,\ B=-2x^3-3x^2+3x+3$

② $A=x^3-x^2+x+2,\ B=-2x^3-x^2+3x+3$

③ $A=x^3-x^2+x-2,\ B=-2x^3-x^2+3x+7$

④ $A=x^3-x^2-x+2,\ B=-2x^3-x^2+5x+3$

⑤ $A=3x^3-3x^2+3x+6,\ B=-4x^3+x^2+x-1$

해설

$A+B=-x^3-2x^2+4x+5\cdots$㉠
$2A-B=4x^3-x^2-x+1\cdots$㉡
(㉠ + ㉡) ÷ 3 : $A=x^3-x^2+x+2$
(2㉠ − ㉡) ÷ 3 : $B=-2x^3-x^2+3x+3$

14. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$을 $x + \frac{1}{2}$로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$를 $2x + 1$로 나눈 몫 $Q(x)$와 나머지 R을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x,\ R = 1$
② $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$
③ $Q(x) = 2x^2 - 2x,\ R = 1$
④ $Q(x) = 4x^2 - 2x,\ R = \frac{1}{2}$
⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x,\ R = \frac{1}{2}$

해설

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$

따라서 $f(x) = 4x^3 + 4x^2 + x + 1$
$= x(4x^2 + 4x + 1) + 1$
$= x(2x + 1)^2 + 1$

$2x + 1$로 나누면 $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

15. 두 다항식 $(1+2x+3x^2+4x^3)^3$, $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a, b라 할 때, $a-b$의 값을 구하면?

① -21 ② -15 ③ -5 ④ -1 ⑤ 0

해설

$(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 전개식에서
x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1+2x+3x^2+4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
$\therefore a=b \quad \therefore a-b=0$

16. $(10^5+2)^3$의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times2\times10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times10^{10}+12\times10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times6+10^5\times12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

17. $\dfrac{2x+3a}{4x+1}$가 x에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a = 2$

해설

$\dfrac{2x+3a}{4x+1} = k$ (일정값 $= k$)라 놓으면 $2x+3a = k(4x+1)$에서

$(2-4k)x+3a-k=0$

이 식은 x에 대한 항등식이므로,

$2-4k=0,\ 3a-k=0$

$k=\dfrac{1}{2}$이므로 $3a=k$에서 $a=\dfrac{1}{6}$

$\therefore\ 12a=2$

18. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1\neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}=k$라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0,\ a+k=0,\ -b+k=0$

$\therefore\ k=2,\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

19. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b로 나눈 나머지가 $3x+4$이다. 상수 a, b의 값을 구하면?

① $a=-10,\ b=3$　② $a=10,\ b=3$

③ $a=-10,\ b=-3$　④ $a=7,\ b=3$

⑤ $a=-5,\ b=4$

해설

몫을 $x+c$라고 둔다면

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+c)+3x+4$

이차항의 계수 : $c+4=0$에서 $c=-4$

상수항 : $bc+4=-8$에서 $b=3$

일차항의 계수 : $4c+b+3=a$에서 $a=-10$

20. 다음 식 $(3x^2 - x + 2)(4x^3 - 5x^2 + x + 1)^5$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합은?

① 4 ② -32 ③ -64 ④ 32 ⑤ 64

해설

다항식의 계수들의 총합을 구할 경우
$x = 1$을 대입한다.
$(3 - 1 + 2)(4 - 5 + 1 + 1)^5 = 4 \times 1 = 4$

21. $f(x)$를 $x-1$로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$를 x^2+2x-3으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x)+3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x)+2\}+3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x)+2(x-1)+3 \\ &= (x^2+2x-3)Q'(x)+2x+1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

22. 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$로 나누면 나머지는 -4이고, 그 몫을 $x+2$로 나누면 나머지는 2이다. 이때, $f(x)$를 $x+2$로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$라 하면
$f(-2)=-5Q(-2)-4$
그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

23. 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지가 $4x+3$일 때 $f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는?

① -1 ② 0 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+4x+3$
$x=2$를 대입하면 $f(2)=11$
$f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 R이라 하면
$f(2x)=(x-1)Q'(x)+R$
$x=1$을 대입하면 $f(2)=R$
$\therefore\ R=11$

24. x에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-3$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a+b+c+d+k$의 값을 구하면?

k	1	a	-1	b
		c	d	33
	1	4	11	37

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-3$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	a	-1	b
		3	$3a+9$	$9a+24$
	1	$a+3$	$3a+8$	$9a+b+24$

이때 $k=3$, $c=3$, $a+3=4$, $3a+9=d$, $9a+b+24=37$ 이므로

$k=3$, $c=3$, $a=1$, $d=12$, $b=4$

따라서 $a+b+c+d+k=1+4+3+12+3=23$

25. $3x^3 - 5x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -16 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 25

해설

$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d = (x-1)\{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} + d$
$= (x-1)(x-1)[a(x-1)+b] + c\} + d$ 이므로
조립제법을 쓰면

1	3	0	−5	2	
		3	3	−2	
1	3	3	−2	0	← d
		3	6		
1	3	6	4	←	c
		3			
	3	9	← b		
	↑				
	a				

$a+b+c+d = 3+9+4+0 = 16$

해설

이 문제의 경우 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x=2$ 를 대입해서 한꺼번에 구하는 값을 얻을 수 있다.