

1. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

- ① 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분 한다.
- ② 같은 길이의 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.
- ③ 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 현은 그 길이가 같다.
- ④ 현의 길이는 부채꼴의 중심각의 크기에 비례한다.
- ⑤ 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

해설

현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

2. 다음 □안에 알맞은 말을 차례대로 써넣어라. 원과 한 점에서 만나는 직선을 □이라 하고, 그 직선과 원의 반지름은 □으로 만난다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 접선

▷ 정답 : 수직

해설

원과 한 점에서 만나는 직선을 접선이라 하고, 그 직선과 원의 반지름은 수직으로 만난다.

3. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

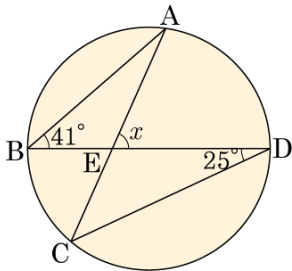
① 60°

② 62°

③ 64°

④ 66°

⑤ 68°



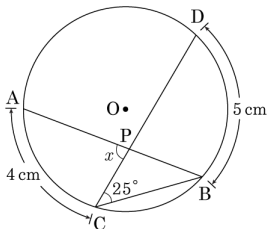
해설

$$\angle ACD = \angle ABD = 41^\circ$$

$\triangle ECD$ 에서

$$\angle x = \angle ECD + \angle EDC = 41^\circ + 25^\circ = 66^\circ$$

4. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 4\text{ cm}$, $5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5\text{ cm}$, $\angle DCB = 25^\circ$ 일 때, $\angle APC$ 의 크기는?



① 35°

② 45°

③ 55°

④ 65°

⑤ 75°

해설

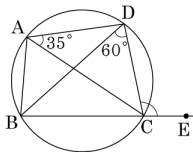
$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = \angle ABC : \angle BCD$$

$$4 : 5 = \angle ABC : 25^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 20^\circ$$

$$\therefore \angle APC = \angle PBC + \angle PCB = 20^\circ + 25^\circ = 45^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

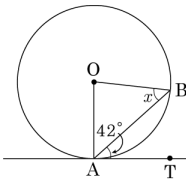
°
_

▶ 정답 : 95°

해설

$\widehat{BC}$ 의 원주각 $\angle BDC = \angle BAC = 60^\circ$ 이므로 $\angle DCE = \angle DAB = 35^\circ + 60^\circ = 95^\circ$

6. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 42°

② 44°

③ 46°

④ 48°

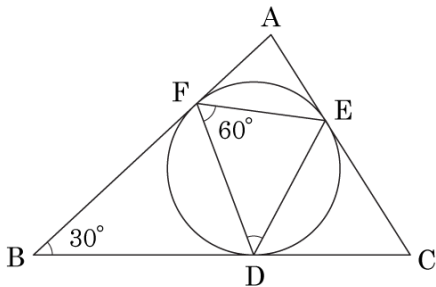
⑤ 50°

해설

5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 $\angle BAT$ 와 같으므로 $\angle AOB = 2\angle BAT = 84^\circ$

$$\therefore \angle x = (180^\circ - 84^\circ) \div 2 = 48^\circ$$

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원과 $\triangle DEF$ 의 외접원이 같을 때, $\angle EDF$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 45°

⑤ 50°

해설

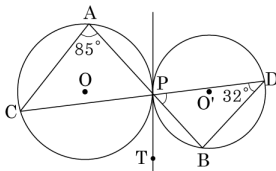
$$\angle BFD = \angle BDF = 75^\circ (\because \overline{BF} = \overline{BD})$$

$$\angle AFE = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$$

접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같기 때문에

$$\therefore \angle EDF = \angle AFE = 45^\circ$$

8. 다음 그림과 같이 점 P 에서 외접하는 두 원 O, O' 에서 $\angle PAC = 85^\circ$, $\angle PDB = 32^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



① 60°

② 63°

③ 65°

④ 68°

⑤ 70°

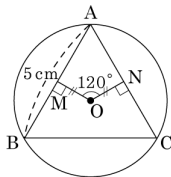
해설

$$\angle CPT = \angle CAP = 85^\circ$$

$$\angle TPB = \angle BDP = 32^\circ$$

$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - (85^\circ + 32^\circ) = 63^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\triangle ABC$ 의 두 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자. $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이고 $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\angle MON = 120^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\text{ cm}$,

$\square AMON$ 에서 $\angle MAN = 60^\circ$

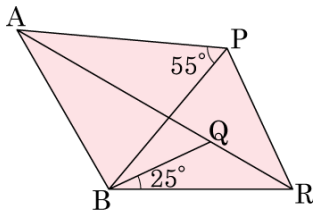
$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 5\text{ cm}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $5 \times 3 = 15(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림에서 네 점 A, B, P, Q는 한 원 위에 있다. $\angle APB = 55^\circ$, $\angle RBQ = 25^\circ$ 일 때, $\angle ARB$ 의 크기를 구하면?

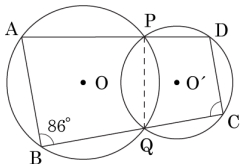
- ① 25° ② 30° ③ 35°
④ 40° ⑤ 45°



해설

네 점 A, B, P, Q가 한 원 위에 있으므로
 $\angle APB = \angle AQB = 55^\circ$
 $\triangle BQR$ 에서 $\angle ARB = 55^\circ - 25^\circ = 30^\circ$

11. 다음 그림에서 $\overline{PQ}$ 는 두 원 O , O' 의 공통현이다. $\angle ABQ = 86^\circ$ 일 때, $\angle DCQ$ 의 크기는?



① 74°

② 80°

③ 84°

④ 90°

⑤ 94°

해설

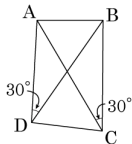
$$\angle ABQ = \angle DPQ = 86^\circ$$

$$\angle DCQ + 86^\circ = 180^\circ$$

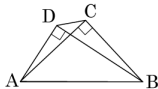
$$\therefore \angle DCQ = 94^\circ$$

12. 다음 그림 중에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접하지 않은 것은?

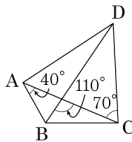
①



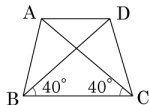
②



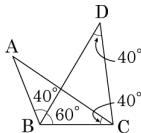
③



④



⑤



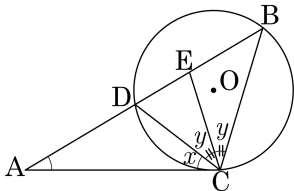
해설

③ $\angle BDC = 40^\circ$

⑤ $\angle BAC = 40^\circ$

→ 5.0pt $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각이 같다.

13. 다음 그림에서 $\angle ACD = x$, $\angle DCE = \angle BCE = y$ 이고, $x + y = 70^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 C는 접점)



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$\angle B = x$$

$$\angle CED = x + y$$

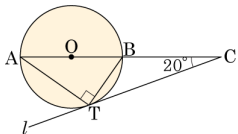
$\triangle ACE$ 에서

$$\angle A + \angle CEA + \angle ACE = 180^\circ$$

$$\angle A + (x + y) + (x + y) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 40^\circ$$

14. 다음 그림에서 원 O의 지름 AB의 연장선이 접선 l 과 이루는 각의 크기가 20° 일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



① 52.5°

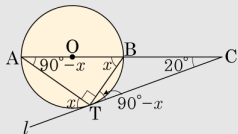
② 55°

③ 57.5°

④ 60°

⑤ 62.5°

해설



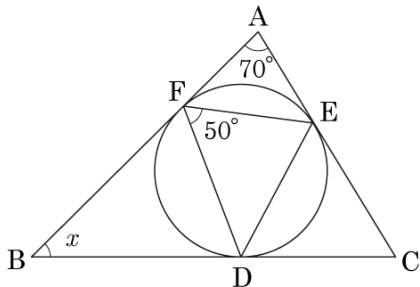
그림에서

$$90^\circ - x + 20^\circ = x$$

$$2x = 110^\circ$$

$$\therefore x = 55^\circ$$

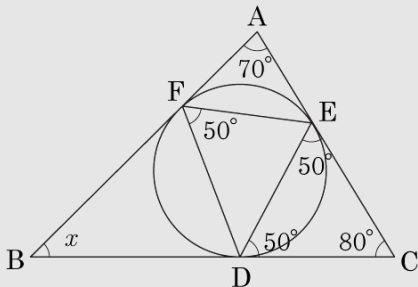
15. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원과 $\triangle DEF$ 의 외접원이 같을 때, $\angle ABC$ 의 크기는?



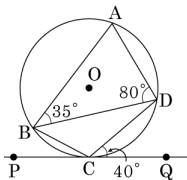
- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\angle EFD = \angle EDC = \angle DEC = 50^\circ$ 이므로 $\angle ECD = 80^\circ$ 따라서, $\angle x = 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ = 30^\circ$ 이다.



16. 다음 그림에서 직선 PQ가 원 O의 접선이고, 점 C가 접점일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°
_

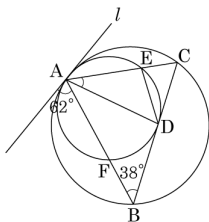
▶ 정답 : 25°

해설

$$\angle DBC = \angle QCD = 40^\circ, \quad 35^\circ + 40^\circ + 80^\circ + \angle BDC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = 25^\circ$$

17. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle DAC$ 의 크기는?



- ① 36°

- ② 37°

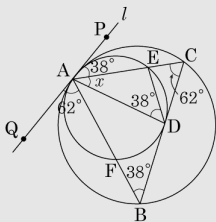
- ③ 38°

- ④ 39°

- ⑤ 40°

해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle DAC = \angle x$ 라 하면
 $\angle ABC = \angle PAC = \angle ADE = 38^\circ$, $\angle ACB = \angle QAB = 62^\circ$ 이다.


$$\triangle ADE \text{ 에서 } \angle DEC = \angle x + 38^\circ$$

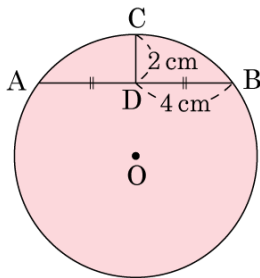
$\overline{BC}$ 는 작은 원의 접선이므로

$$\angle EDC = \angle EAD = \angle x \text{ 이다.}$$

$\triangle EDC$ 에서 $\angle x + 38^\circ + \angle x + 62^\circ = 180^\circ$

$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

18. 다음 그림과 같이 호 AB는 원 O의 일부분이고, $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① 4 cm

② 5 cm

③ 6 cm

④ 7 cm

⑤ 8 cm

해설

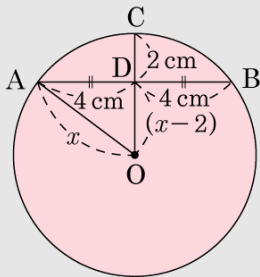
원 O의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$$x^2 = 4^2 + (x-2)^2$$

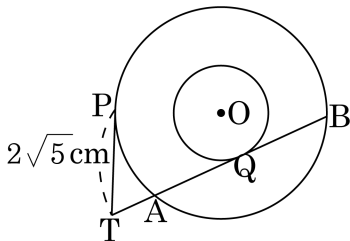
$$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$$

$$4x = 20$$

$$\therefore x = 5(\text{cm})$$



20. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 2 cm , $2\sqrt{5}\text{ cm}$ 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T 에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{PT}$ 와 $\overline{QT}$ 를 긋고 $\overrightarrow{TQ}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. $\overline{PT} = 2\sqrt{5}\text{ cm}$ 일 때, $\overline{TA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$$\overline{OQ} = 2\text{ cm}, \overline{OA} = 2\sqrt{5}\text{ cm}, \angle OQA = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{AQ} = \sqrt{20 - 4} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{QB} = \overline{AQ} = 4(\text{cm})$$

$\overline{TA} = x$ 라 하면

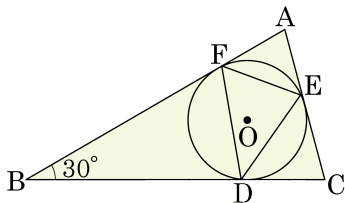
$$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \times \overline{TB}$$

$$(2\sqrt{5})^2 = x \times (x + 8)$$

$$x^2 + 8x - 20 = (x + 10)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2(\text{cm})$$

21. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle B = 30^\circ$ 일 때, $\angle FED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 75 °

해설

선분 $\overline{OF}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

$$\angle FOD = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\therefore \angle FED = 150^\circ \times \frac{1}{2} = 75^\circ$$

22. 다음 그림에서 $\angle ABO = 45^\circ$, $\angle ACO = 15^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

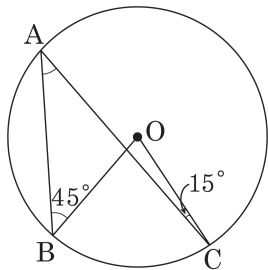
① 15°

② 20°

③ 28°

④ 30°

⑤ 35°



해설

$\triangle AOC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAO = 15^\circ$

작은 쪽의 $\angle AOC = 150^\circ$, 큰 쪽의 $\angle AOD = 210^\circ$

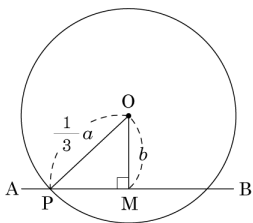
$$\angle ABC = 210 \times \frac{1}{2} = 105^\circ \quad \therefore \angle OBC = 60^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB = 60^\circ, \angle ACB = 45^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

23. 다음 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB 의 중점 M 에서의 수선과 원의 중심 O 가 만난다. $\overline{OM} = b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{AB}$ 가 만나는 한 점을 P 라 한다. 선분 AP 의 길이를 x 라 하고 선분 BP 의 길이를 y 라 하면 $y = x + 2$, $xy = 35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\overline{OM} = b, \overline{OP} = \frac{1}{3}a \text{ 이므로}$$

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{PM} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - b^2}$$

$$\overline{BP} = y$$

$$= \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$$\overline{AP} = x$$

$$= \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

이때 $y = x + 2$, $xy = 35$ 이므로

$$y - x = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} - \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= 2 \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} = 2$$

$$\therefore a^2 - 9b^2 = 9 \dots \textcircled{1}$$

$$xy = \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right) \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 - 9b^2}{9}$$

$$= 35 \dots \textcircled{2}$$

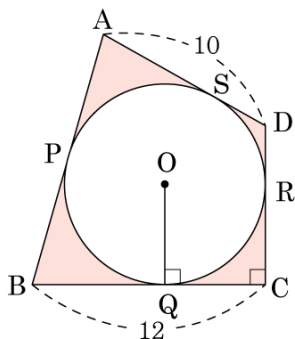
①을 ②에 대입하면 $a^2 = 144$

$$\therefore a = 12 (\because a > 0)$$

이를 ①에 대입하면 $b^2 = 15$

$$\therefore a + b^2 = 12 + 15 = 27$$

24. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 사각형 ABCD에서 P, Q, R, S는 접점이고, $\overline{AD} = 10$, $\overline{BC} = 12$, $\angle BCD = 90^\circ$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $110 - 25\pi$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

다음 그림에서 $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ 라 하면
 $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 이므로 $a + b = 22$

원 O의 반지름의 길이를 r 이라 놓으면

$$\overline{OP} = \overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OS} = r$$

$$\therefore \square ABCD$$

$$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{OP} + \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{OQ} + \frac{1}{2}$$

$$\cdot \overline{CD} \cdot \overline{OR} + \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{OS}$$

$$= \frac{r}{2} (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$$

$$= \frac{r}{2} \times 44 = 22r$$

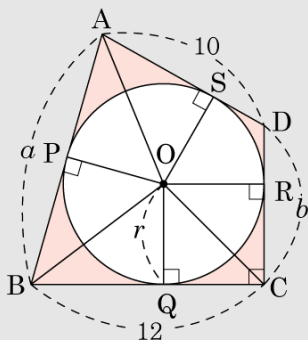
원 O의 넓이는 $r^2\pi$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이)

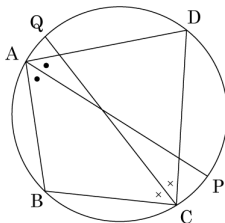
$= (\square ABCD \text{의 넓이}) - (\text{원 O의 넓이})$ 이므로

$$110 - 25\pi = 22r - r^2\pi \therefore r = 5$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 5이다.



25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원에 사각형 ABCD 가 내접하고 있다. $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선과 원과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $\widehat{QDP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3π cm

해설

$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ 이므로

$\angle PAD + \angle DCQ = 90^\circ$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{QDP} = 5.0\text{pt}\widehat{QD} + 5.0\text{pt}\widehat{DP} = (2\pi \times 3) \div 2 = 3\pi(\text{cm})$$