1. $(1+i)^6-(1-i)^6$ 을 간단히 하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 16 ② -16 ③ $16i$ ④ $-16i$ ⑤ 0

해설

$(1+i)^2=1+2i+i^2=2i$,
$(1-i)^2=1-2i+i^2=-2i$

$\therefore\ (1+i)^6-(1-i)^6$
$=\{(1+i)^2\}^3-\{(1-i)^2\}^3$
$=(2i)^3-(-2i)^3$
$=8i^3+8i^3$
$=16i^3=-16i$

2. $f(x) = \dfrac{x}{1-i}$, $g(x) = \dfrac{x}{1+i}$ 인 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $\{f(1+i)\}^{2006} + \{g(1-i)\}^{2007}$ 의 값은?

① -2 ② $-1+i$ ③ -1

④ $-1-i$ ⑤ 2

해설

$$f(1+i) = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$g(1-i) = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= (i)^{2006} + (-i)^{2007} \\ &= i^2 + (-i)^3 \ (\because i^{2004} = (-i)^{2004} = 1) \\ &= -1 + i\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha+\dfrac{1}{\beta}$, $\beta+\dfrac{1}{\alpha}$을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

① $x^2-6x+4=0$　　② $x^2-3x+4=0$
③ $x^2+6x+5=0$　　④ $x^2+4x+5=0$
⑤ $x^2-4x+5=0$

해설

$x^2-3x+1=0$의 두 근이 α,β이므로 $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=1$

두 근의 합 : $\left(\alpha+\dfrac{1}{\beta}\right)+\left(\beta+\dfrac{1}{\alpha}\right)$

$=\alpha+\beta+\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=3+\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=3+3=6$

두 근의 곱 : $\left(\alpha+\dfrac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\dfrac{1}{\alpha}\right)$

$=\alpha\beta+1+1+\dfrac{1}{\alpha\beta}=\alpha\beta+\dfrac{1}{\alpha\beta}+2=4$

$\therefore$ 방정식은 $x^2-6x+4=0$

4. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $2-i$일 때, 두 실수 a, b의 곱 ab의 값을 구하면?

① -20　② -12　③ 5　④ 12　⑤ 20

해설

한 근이 $2-i$이면 다른 한 근은 $2+i$
두 근의 합 : $4=-a$
두 근의 곱 : $5=b$
$\therefore\ ab=-20$

5. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$일 때, 상수 k의 값은?

① -8 ② -7 ③ -6 ④ -5 ⑤ -4

해설

이차함수 $y = x^2 + 2x + k$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표를 각각 $\alpha,\ \beta\ (\alpha < \beta)$라고 하면 $\alpha,\ \beta$는 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$의 두 실근이다.
이 때, 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = -2,\ \alpha\beta = k$이고
x축 위의 두 교점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 이므로 $\beta - \alpha = 4\sqrt{2}$

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$에서 $\left(4\sqrt{2}\right)^2 = (-2)^2 - 4k,\ 32 = 4 - 4k$
$\therefore k = -7$

6. 두 개의 곡선 $y = ax^2 + bx + 8$, $y = 2x^2 - 3x + 2$ 의 두 교점을 연결하는 직선이 $y = -x + 6$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -1,\ b = -1$
② $a = -1,\ b = 0$
③ $a = 1,\ b = 0$
④ $a = 1,\ b = -1$
⑤ $a = 0,\ b = 1$

해설

$y = ax^2 + bx + 8 \quad \cdots ①$
$y = 2x^2 - 3x + 2 \quad \cdots ②$
$y = -x + 6 \quad \cdots ③$
두 교점을 ①, ②, ③이 모두 지나므로
②, ③의 교점을 ①이 지난다고 생각해도 좋다.
②, ③을 연립하여 풀면
교점은 $(2,\ 4)$, $(-1,\ 7)$ 이고,
이 두 점을 곡선 ①이 지나므로
$4a + 2b + 8 = 4,\ a - b + 8 = 7$
$\therefore\ a = -1,\ b = 0$

7. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿＿＿ 초

▶ 답 : ＿＿＿＿＿ m

▷ 정답 : 2 초

▷ 정답 : 50 m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$ 에서 $y = -5(x-2)^2 + 50$ 이다.
따라서 $x = 2$ 일 때, y 는 최댓값 50 을 갖는다.

8. 복소수 $z = a + bi$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$(1 + i + z)^2 < 0$ $\qquad z^2 = c + 4i$

이 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$(1 + i + z)^2 < 0$ 에서 $1 + i + z$ 는 순허수이다.

$z = a + bi$ 라면

$1 + i + z = 1 + i + a + bi = (1 + a) + (1 + b)i$

이것이 순허수이므로 $1 + a = 0$, $a = -1$

$\therefore\ z = -1 + bi$

또한 $z^2 = c + 4i$ 에서 $(-1 + bi)^2 = c + 4i$

$1 - 2bi - b^2 = c + 4i$

$\therefore\ -2b = 4$, $1 - b^2 = c$

$\therefore\ b = -2,\ c = -3$

$\therefore\ a^2 + b^2 + c^2 = 14$

9. $\alpha = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^3+2\alpha^2+2\alpha+5$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\alpha = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$

$2\alpha = -1+\sqrt{3}i$

$2\alpha+1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하여 정리하면

$\alpha^2+\alpha+1=0$

$\alpha^3+2\alpha^2+2\alpha+5$

$=\alpha(\alpha^2+\alpha+1)+(\alpha^2+\alpha+1)+4$

$=4$

해설

$\alpha^2+\alpha+1=0$ 을 얻은 후 $\alpha^3+2\alpha^2+2\alpha+5$ 를 $\alpha^2+\alpha+1$ 로 나누면

$\alpha^3+2\alpha^2+2\alpha+5$

$=(\alpha^2+\alpha+1)(\alpha+1)+4$

$=4\ (\because\ \alpha^2+\alpha+1=0)$

10. x의 이차방정식 $x^2 + (2m-1)x + m^2 - m - 2 = 0$의 두 근이 모두 양이고, 또 한 근이 다른 근의 2배일 때, 실수 m의 값을 구하시오.

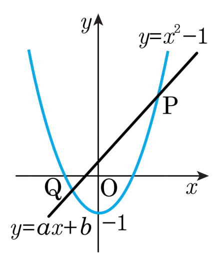
▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$D = (2m-1)^2 - 4(m^2 - m - 2) = 9 > 0$이므로
서로 다른 두 실근을 갖는다.
두 근을 $\alpha,\ 2\alpha$라 하면
$\alpha + 2\alpha = -(2m-1) > 0 \quad \cdots\cdots$ ㉠
$\alpha \times 2\alpha = m^2 - m - 2 > 0 \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면
$m < -1 \quad \cdots\cdots$ ㉢
또, ㉠에서의 $\alpha = \dfrac{1-2m}{3}$을 ㉡에 대입하여 풀면 $m = -4,\ 5$
조건 ㉢에 의해서 $m = -4$

11. 이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 다음 그림과 같이 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P의 x의 좌표가 $1 + \sqrt{2}$일 때, $2a + b$의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 한 교점 P 의 x 좌표가 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 $1 + \sqrt{2}$ 는 이차방정식 $x^2 - 1 = ax + b$ 의 근이다.

$\left(1 + \sqrt{2}\right)^2 - 1 = a\left(1 + \sqrt{2}\right) + b$

$2 + 2\sqrt{2} = a + b + a\sqrt{2}$

a, b 가 유리수이므로 무리수가 서로 같을 조건에 의하여

$2 = a + b$, $2 = a$

$\therefore a = 2$, $b = 0$

12. $x+y=3$ 일 때 $x-y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{4}$

해설

$x+y=3 \rightarrow y=-x+3$

$x-y^2=x-(-x+3)^2$

$=x-(x^2-6x+9)$

$=-x^2+7x-9$

$=-\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{13}{4}$

13. α, β, γ가 삼차방정식 $x^3-ax-3=0$의 세 근일 때, $\frac{\alpha+\beta}{\gamma^2}, \frac{\beta+\gamma}{\alpha^2}, \frac{\alpha+\gamma}{\beta^2}$를 세 근으로 하는 삼차 방정식을 구하면?

① $3x^3-ax^2+1=0$
② $x^3-ax-3=0$
③ $3x^3+ax^2+1=0$
④ $x^3+ax+3=0$
⑤ $3x^3-ax^2-1=0$

해설

x^3-ax-3
$=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$
$=0$에서
$\alpha+\beta+\gamma=0,$
$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-a,\ \alpha\beta\gamma=3$
$\therefore\ \frac{\alpha+\beta}{\gamma^2}=-\frac{\gamma}{\gamma^2}=-\frac{1}{\gamma},$
$\frac{\beta+\gamma}{\alpha^2}=-\frac{\alpha}{\alpha^2}=-\frac{1}{\alpha},$
$\frac{\alpha+\gamma}{\beta^2}=-\frac{\beta}{\beta^2}=-\frac{1}{\beta}$
따라서, $\frac{\alpha+\beta}{\gamma^2}, \frac{\beta+\gamma}{\alpha^2}, \frac{\alpha+\gamma}{\beta^2}$를
세 근으로 하는 방정식은
$\left(x+\frac{1}{\alpha}\right)\left(x+\frac{1}{\beta}\right)\left(x+\frac{1}{\gamma}\right)$
$=x^3+\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)x^2$
$+\left(\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\alpha\gamma}\right)x+\frac{1}{\alpha\beta\gamma}$
$=x^3+\left(-\frac{a}{3}\right)x^2+\frac{1}{3}=0$
$\therefore\ 3x^3-ax^2+1=0$

14. $x^3+1=0$의 한 허근을 ω라 할 때, $(\omega^2+1)^5+(\omega-1)^{100}$을 간단히 하면?

① 1　② ω　③ $-\omega$　④ 2ω　⑤ 0

해설

$x^3+1=0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-x+1)=0$

$\omega^3+1=0,\ \omega^3=-1,\ \omega^2-\omega+1=0$

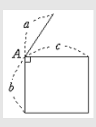
$\omega^2+1=\omega,\ \omega^6=1,\ \omega-1=\omega^2$

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \omega^5+(\omega^2)^{100}=\omega^5+\omega^{200}\\ &= \omega^3\cdot\omega^2+(\omega^6)^{33}\cdot\omega^2\\ &= -\omega^2+\omega^2=0\end{aligned}$$

15. 직육면체의 한 꼭짓점 A에 모인 세면의 넓이의 비가 $2:3:4$ 일 때, 꼭짓점 A에 모인 세 모서리의 길이의 비를 구하면?

① $2:3:4$　② $4:3:7$　③ $3:1:4$
④ $4:3:6$　⑤ $4:5:6$

해설



꼭지점 A 의 각면은 넓이비가 $2 : 3 : 4$ 이므로,

$$\begin{cases} ab = 2k^2 \cdots ① \\ bc = 3k^2 \cdots ② \\ ca = 4k^2 \cdots ③ \end{cases}$$

(k 는 양의 상수)

$ab \times bc \times ca = 2k^2 \cdot 3k^2 \cdot 4k^2$, $(abc)^2 = 24k^6$

$\therefore\ abc = 2\sqrt{6}k^3 \cdots ④$

④÷ ② 하면 $a = \frac{2}{3}\sqrt{6}k$

④÷ ③ 하면 $b = \frac{\sqrt{6}}{2}k$

④÷ ① 하면 $c = \sqrt{6}k$

$\therefore\ a : b : c = \frac{2}{3} : \frac{1}{2} : 1 = 4 : 3 : 6$

16. x에 대한 이차방정식 $x^2+mx+m^2-1=0$이 정수근을 가질 때, 정수 m의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2+mx+x^2-1=0$에서 근의 공식에 의하여

$$x=\frac{-m\pm\sqrt[2]{m^2-4\left(m^2-1\right)}}{2}$$

이 때, x가 정수이므로

$\sqrt{m^2-4\left(m^2-1\right)}=k$(단, k는 정수는 $k\geq 0$)라 하면

$-3m^2+4=k^2$

따라서, m의 개수는 $-1,\ 0,\ 1$로 3개다.

17. 복소수 α, β 는 $\alpha\overline{\alpha} = 1$, $\beta\overline{\beta} = 1$ 을 만족하고 $\alpha + \beta = i$ 이다. 이 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 4　② 3　③ 2　④ 1　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$\alpha + \beta = i$에서 $\overline{\alpha + \beta} = \overline{i}$ $\quad \therefore\ \overline{\alpha} + \overline{\beta} = -i$

$\alpha\overline{\alpha} = 1,\ \beta\overline{\beta} = 1$에서 $\overline{\alpha} = \frac{1}{\alpha},\ \overline{\beta} = \frac{1}{\beta}$

$\overline{\alpha} + \overline{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ $\quad \therefore\ \alpha\beta = -1$

$\therefore\ \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = i^2 - 2 \cdot (-1) = 1$

18. $x^2-x+1=0$ 의 두 근을 α,β라 하면 $f(\alpha)=\beta+1,\ f(\beta)=\alpha+1$을 만족하는 이차항의 계수가 1인 이차의 다항식 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=1$ $(\alpha\neq\beta)$
$f(x)=x^2+ax+b$ 라 하면
$f(\alpha)=\alpha^2+a\alpha+b=\beta+1$
$f(\beta)=\beta^2+a\beta+b=\alpha+1$
$f(\alpha)-f(\beta)=\alpha^2-\beta^2+a(\alpha-\beta)=-(\alpha-\beta)$
$\alpha\neq\beta$ 이므로 양변을 $\alpha-\beta$ 로 나누면
$\alpha+\beta+a=-1 \quad \therefore a=-2$ $(\because \alpha+\beta=1)$
$f(\alpha)=\alpha^2-2\alpha+b=\beta+1$
$f(\beta)=\beta^2-2\beta+b=\alpha+1$
$f(\alpha)+f(\beta)=\alpha^2+\beta^2-2(\alpha+\beta)+2b=\alpha+\beta+2$
$(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+2b=\alpha+\beta+2$
$1-2-2+2b=3 \quad \therefore b=3$
$\therefore f(x)=x^2-2x+3$
$f(1)=2$

19. p와 q가 소수이고, $x^2-px+q=0$이 서로 다른 두 개의 양의 정수근을 가질 때, 다음 중 옳은 문장은 몇 개인가?

㈎ 두 근의 차는 홀수이다. ㈏ 적어도 한 근은 소수이다. ㈐ p^2-q는 소수이다. ㈑ $p+q$는 소수이다.

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 0개

해설

$x^2-px+q=0$의 서로 다른 양의 정수근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=p$ ……㉠
$\alpha\beta=q$ ……㉡이다.
그런데, q가 소수이므로 ㉡에서 두 근은 1과 q이다.
$\therefore$ ㉠에서 $1+q=p$　$\therefore$ $p-q=1$
그런데 p도 소수이므로 두 소수의 차가 1인 경우는 $p=3, q=2$ 일 때 뿐이다.
$x^2-3x+2=0$에서 $(x-1)(x-2)=0$
$\therefore$ $x=1,\ 2$
따라서, 주어진 문장은 모두 옳다.

20. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 두 점 $(-4,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 을 지나고 최솟값이 -3 일 때, 상수 $a,\ b,\ c$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=\frac{1}{3}$

▷ 정답 : $b=\frac{2}{3}$

▷ 정답 : $c=-\frac{8}{3}$

해설

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 두 점 $(-4,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 을 각각 지나므로

$16a-4b+c=0$

$4a+2b+c=0$

$\therefore\ b=2a,\ c=-8a$

또 주어진 함수의 최솟값이 -3 이므로

$y=ax^2+bx+c$

$=ax^2+2ax-8a$

$=a(x+1)^2-9a$

$\therefore\ -9a=-3$

따라서 $a=\frac{1}{3}$, $b=\frac{2}{3}$, $c=-\frac{8}{3}$ 이다.

21. $-1 \le x \le 2$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2ax + 1$ 의 최소값이 -8 일 때, 모든 실수 a 의 값의 합은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$f(x) = x^2 + 2ax + 1 = (x+a)^2 + 1 - a^2$ 에서 꼭지점의 x 좌표는 $-a$ 이다.

(i) $-a < -1$, 즉 $a > 1$ 일 때, $-1 \le x \le 2$ 에서
$f(x)$ 의 최솟값은 $f(-1) = 2 - 2a = -8$
$\therefore\ a = 5$

(ii) $-1 \le -a < 2$, 즉 $-2 < a \le 1$ 일 때, $-1 \le x \le 2$ 에서
$f(x)$ 의 최솟값은 $f(-a) = 1 - a^2 = -8,\ a^2 = 9$
$\therefore\ a = \pm 3$
$-2 < a \le 1$ 이므로 a 의 값은 존재하지 않는다.

(iii) $-a \ge 2$, 즉 $a \le -2$ 일 때, $-1 \le x \le 2$ 에서
$f(x)$ 의 최솟값은 $f(2) = 5 + 4a = -8$
$\therefore\ a = -\frac{13}{4}$

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 $5 + \left(-\frac{13}{4}\right) = \frac{7}{4}$

22. 함수 $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{ax^2 - 3x + a - 2}}$ 이 최댓값을 가질 때, 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

분모가 항상 양수이므로 주어진 함수가 최대가 될 때는 함수 $y = ax^2 - 3x + a - 2 \cdots$ ㉠이 최솟값을 가질 때이다.
만약 함수 y 가 음수나 0 을 최솟값으로 갖게 되면 함숫값이 존재하지 않으므로 함수 y 의 최솟값은 양수이다.
따라서 $a > 0 \cdots$ ㉡
$D = -4a^2 + 8a + 9 < 0 \cdots$ ㉢ 의 두 식이 모두 만족되면, ㉠이 양의 최솟값을 갖는다.

$-4a^2 + 8a + 9 < 0$ 에서 $a < \dfrac{2 - \sqrt{13}}{2}$, $a > \dfrac{2 + \sqrt{13}}{2}$

따라서 ㉡과의 공통 범위를 구하면 $a > \dfrac{2 + \sqrt{13}}{2} = 2.80$ 이므로

$a = 3$ 이다.

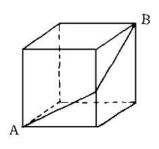
23. $f(x) = x^3 - p$, $g(x) = x^3 - 2x$에 대하여 방정식 $f(x) = 0$의 세 근을 α, β, γ라고 할 때, $g(\alpha)g(\beta)g(\gamma)$의 값을 p로 바르게 나타낸 것은?

① p^3　② $-p^3 + 2p$　③ $-3p^3$
④ $3p^3 - 6p$　⑤ $p^3 - 8p$

해설

$x^3 - p = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면
$\alpha^3 - p = 0$, $\beta^3 - p = 0$, $\gamma^3 - p = 0$
$\alpha + \beta + \gamma = 0$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0$,
$\alpha\beta\gamma = p$이 성립한다.
이 때,
$g(\alpha)b(\beta)g(\gamma) = (\alpha^3 - 2\alpha)(\beta^3 - 2\beta)(\gamma^3 - 2\gamma) = (p - 2\alpha)(p - 2\beta)(p - 2\gamma)$
$= p^3 - 2(\alpha + \beta + \gamma)p^2 + 4(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)p - 8\alpha\beta\gamma = p^3 - 8p$

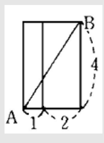
24. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 합이 28 cm, 겉넓이가 28cm^2, 부피가 8cm^3 인 직육면체가 있다. 이 직육면체에서 면을 따라 꼭지점 A 에서 꼭짓점 B 에 이르는 가장 짧은 거리는?

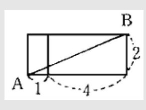


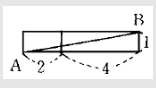
① 5cm ② 6cm ③ $2\sqrt{5}$cm
④ $\sqrt{29}$cm ⑤ $\sqrt{37}$cm

해설

각 모서리의 길이를 $a,\ b,\ c$ 라 하면
$4(a+b+c)=28$
$2(ab+bc+ca)=28$
$abc=8$
$\therefore\ a+b+c=7$
$ab+bc+ca=14$
$abc=8$
이 때, $a,\ b,\ c$ 를 세 근으로 하는 x 에 대한 삼차방정식은 $x^3-7x^2+14x-8=0$ $(x-1)(x-2)(x-4)=0$ 그러므로 모서리의 길이는 각각 1cm , 2cm , 4cm 이다. 이제 꼭짓점 A 에서 꼭지점 B 에 이르는 거리를전개도를 이용하여 구해 보자.

(i) 

(ii) 

(iii) 

(i) 에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$
(ii) 에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}(\text{cm})$
(iii) 에서 $\overline{AB}=\sqrt{6^2+1^2}=\sqrt{37}(\text{cm})$
따라서 A 에서 B 에 이르는 가장 짧은 거리는 5cm

25. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{1}{a} = 0$과 $x^2 + bx + \frac{1}{b} = 0$이 공통근을 가질 때, $ab(a+b)$의 값은? (단, $a \neq b$)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ a, b의 값에 따라 달라진다.

해설

공통근을 α라 하고 두 식에 대입하면

$\alpha^2 + a\alpha + \frac{1}{a} = 0 \ \cdots\cdots$ ①

$\alpha^2 + b\alpha + \frac{1}{b} = 0 \ \cdots\cdots$ ②

① − ② 하면

$\therefore \ \alpha(a-b) + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0, \ (a-b)\left(\alpha - \frac{1}{ab}\right) = 0$

$a \neq b$이므로 $\alpha = \frac{1}{ab}$

이것을 ①에 대입하면 $\left(\frac{1}{ab}\right)^2 + a \cdot \frac{1}{ab} + \frac{1}{a} = 0$

$1 + a^2b + ab^2 = 1 + ab(a+b) = 0$

$\therefore \ ab(a+b) = -1$