

1.  $(1+i)^6 - (1-i)^6$  을 간단히 하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 16

② -16

③  $16i$

④  $-16i$

⑤ 0

해설

$$(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i,$$

$$(1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = -2i$$

$$\begin{aligned} \therefore (1+i)^6 - (1-i)^6 &= \{(1+i)^2\}^3 - \{(1-i)^2\}^3 \\ &= (2i)^3 - (-2i)^3 \\ &= 8i^3 + 8i^3 \\ &= 16i^3 = -16i \end{aligned}$$

2.  $f(x) = \frac{x}{1-i}$ ,  $g(x) = \frac{x}{1+i}$  인  $f(x)$ ,  $g(x)$  에 대하여  $\{f(1+i)\}^{2006} + \{g(1-i)\}^{2007}$  의 값은?

①  $-2$

②  $-1+i$

③  $-1$

④  $-1-i$

⑤  $2$

해설

$$f(1+i) = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$g(1-i) = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= (i)^{2006} + (-i)^{2007} \\ &= i^2 + (-i)^3 \quad (\because i^{2004} = (-i)^{2004} = 1) \\ &= -1 + i\end{aligned}$$

3. 이차방정식  $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

①  $x^2 - 6x + 4 = 0$

②  $x^2 - 3x + 4 = 0$

③  $x^2 + 6x + 5 = 0$

④  $x^2 + 4x + 5 = 0$

⑤  $x^2 - 4x + 5 = 0$

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로  $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$

두 근의 합 :  $\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$

$$= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 3 + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 3 + 3 = 6$$

두 근의 곱 :  $\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$

$$= \alpha\beta + 1 + 1 + \frac{1}{\alpha\beta} = \alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} + 2 = 4$$

$\therefore$  방정식은  $x^2 - 6x + 4 = 0$

4. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이  $2 - i$ 일 때, 두 실수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하면?

① -20

② -12

③ 5

④ 12

⑤ 20

해설

한 근이  $2 - i$ 이면 다른 한 근은  $2 + i$

두 근의 합 :  $4 = -a$

두 근의 곱 :  $5 = b$

$\therefore ab = -20$

5. 이차함수  $y = x^2 + 2x + k$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 두 점 사이의 거리가  $4\sqrt{2}$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

① -8

② -7

③ -6

④ -5

⑤ -4

### 해설

이차함수  $y = x^2 + 2x + k$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 두 점의  $x$ 좌표를 각각  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ )라고 하면  $\alpha, \beta$ 는 이차방정식  $x^2 + 2x + k = 0$ 의 두 실근이다.

이 때, 근과 계수의 관계에 의하여  $\alpha + \beta = -2$ ,  $\alpha\beta = k$ 이고  $x$ 축 위의 두 교점 사이의 거리가  $4\sqrt{2}$ 이므로  $\beta - \alpha = 4\sqrt{2}$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{에서 } (4\sqrt{2})^2 = (-2)^2 - 4k, 32 = 4 - 4k \\ \therefore k = -7$$

6. 두 개의 곡선  $y = ax^2 + bx + 8$ ,  $y = 2x^2 - 3x + 2$  의 두 교점을 연결하는 직선이  $y = -x + 6$  일 때, 상수  $a$ ,  $b$  의 값을 구하면?

①  $a = -1$ ,  $b = -1$

②  $a = -1$ ,  $b = 0$

③  $a = 1$ ,  $b = 0$

④  $a = 1$ ,  $b = -1$

⑤  $a = 0$ ,  $b = 1$

### 해설

$$y = ax^2 + bx + 8 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y = 2x^2 - 3x + 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$y = -x + 6 \quad \dots \textcircled{3}$$

두 교점을 ①, ②, ③이 모두 지나므로

②, ③의 교점을 ①이 지난다고 생각해도 좋다.

②, ③을 연립하여 풀면

교점은  $(2, 4)$ ,  $(-1, 7)$  이고,

이 두 점을 곡선 ①이 지나므로

$$4a + 2b + 8 = 4, \quad a - b + 8 = 7$$

$$\therefore a = -1, \quad b = 0$$

7. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의  $x$  초 후의 높이를  $y$ m 라고 하면  $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 2초

▷ 정답 : 50m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$  에서  $y = -5(x - 2)^2 + 50$  이다.  
따라서  $x = 2$  일 때,  $y$  는 최댓값 50 을 갖는다.

8. 복소수  $z = a + bi$  가 다음 두 조건을 만족한다.

$$(1 + i + z)^2 < 0 \quad z^2 = c + 4i$$

이 때,  $a^2 + b^2 + c^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$(1 + i + z)^2 < 0$  에서  $1 + i + z$  는 순허수이다.

$z = a + bi$  라면

$$1 + i + z = 1 + i + a + bi = (1 + a) + (1 + b)i$$

이것이 순허수이므로  $1 + a = 0$ ,  $a = -1$

$$\therefore z = -1 + bi$$

또한  $z^2 = c + 4i$  에서  $(-1 + bi)^2 = c + 4i$

$$1 - 2bi - b^2 = c + 4i$$

$$\therefore -2b = 4, 1 - b^2 = c$$

$$\therefore b = -2, c = -3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

9.  $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$  일 때,  $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$  의 값을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$2\alpha = -1 + \sqrt{3}i$$

$$2\alpha + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$$

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$$

$$= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha + 1) + 4$$

$$= 4$$

해설

$\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$  을 얻은 후  $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$  를  $\alpha^2 + \alpha + 1$  로 나누면

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$$

$$= (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha + 1) + 4$$

$$= 4 (\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)$$

10.  $x$ 의 이차방정식  $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - m - 2 = 0$ 의 두 근이 모두 양이고, 또 한 근이 다른 근의 2배일 때, 실수  $m$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -4

### 해설

$D = (2m - 1)^2 - 4(m^2 - m - 2) = 9 > 0$ 이므로  
서로 다른 두 실근을 갖는다.

두 근을  $\alpha$ ,  $2\alpha$ 라 하면

$$\alpha + 2\alpha = -(2m - 1) > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \times 2\alpha = m^2 - m - 2 > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

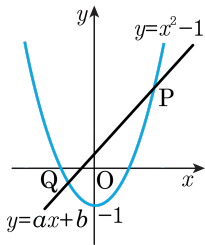
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$$m < -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

또, ㉠에서의  $\alpha = \frac{1 - 2m}{3}$ 을 ㉡에 대입하여 풀면  $m = -4, 5$

조건 ㉢에 의해서  $m = -4$

11. 이차함수  $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선  $y = ax + b$ 가 다음 그림과 같이 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P의  $x$ 의 좌표가  $1 + \sqrt{2}$ 일 때,  $2a + b$ 의 값을 구하여라. (단,  $a, b$ 는 유리수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수  $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선  $y = ax + b$ 의 한 교점 P의  $x$ 좌표가  $1 + \sqrt{2}$ 이므로  $1 + \sqrt{2}$ 는 이차방정식  $x^2 - 1 = ax + b$ 의 근이다.

$$(1 + \sqrt{2})^2 - 1 = a(1 + \sqrt{2}) + b$$

$$2 + 2\sqrt{2} = a + b + a\sqrt{2}$$

$a, b$ 가 유리수이므로 무리수가 서로 같을 조건에 의하여

$$2 = a + b, \quad 2 = a$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 0$$

12.  $x + y = 3$  일 때  $x - y^2$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{13}{4}$

해설

$$x + y = 3 \rightarrow y = -x + 3$$

$$x - y^2 = x - (-x + 3)^2$$

$$= x - (x^2 - 6x + 9)$$

$$= -x^2 + 7x - 9$$

$$= -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}$$

13.  $\alpha, \beta, \gamma$ 가 삼차방정식  $x^3 - ax - 3 = 0$ 의 세 근일 때,  $\frac{\alpha + \beta}{\gamma^2}, \frac{\beta + \gamma}{\alpha^2}, \frac{\alpha + \gamma}{\beta^2}$ 를 세 근으로 하는 삼차 방정식을 구하면?

①  $3x^3 - ax^2 + 1 = 0$

②  $x^3 - ax - 3 = 0$

③  $3x^3 + ax^2 + 1 = 0$

④  $x^3 + ax + 3 = 0$

⑤  $3x^3 - ax^2 - 1 = 0$

### 해설

$$x^3 - ax - 3$$

$$= (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

$$= 0 \text{에서}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 0,$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -a, \alpha\beta\gamma = 3$$

$$\therefore \frac{\alpha + \beta}{\gamma^2} = -\frac{\gamma}{\gamma^2} = -\frac{1}{\gamma},$$

$$\frac{\beta + \gamma}{\alpha^2} = -\frac{\alpha}{\alpha^2} = -\frac{1}{\alpha},$$

$$\frac{\alpha + \gamma}{\beta^2} = -\frac{\beta}{\beta^2} = -\frac{1}{\beta}$$

$$\text{따라서, } \frac{\alpha + \beta}{\gamma^2}, \frac{\beta + \gamma}{\alpha^2}, \frac{\alpha + \gamma}{\beta^2} \text{를}$$

세 근으로 하는 방정식은

$$\left(x + \frac{1}{\alpha}\right) \left(x + \frac{1}{\beta}\right) \left(x + \frac{1}{\gamma}\right)$$

$$= x^3 + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}\right)x^2$$

$$+ \left(\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\alpha\gamma}\right)x + \frac{1}{\alpha\beta\gamma}$$

$$= x^3 + \left(-\frac{a}{3}\right)x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$\therefore 3x^3 - ax^2 + 1 = 0$$

14.  $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  $(\omega^2 + 1)^5 + (\omega - 1)^{100}$ 을 간단히 하면?

① 1

②  $\omega$

③  $-\omega$

④  $2\omega$

⑤ 0

해설

$$x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$\omega^3 + 1 = 0, \omega^3 = -1, \omega^2 - \omega + 1 = 0$$

$$\omega^2 + 1 = \omega, \omega^6 = 1, \omega - 1 = \omega^2$$

$$(\text{준 식}) = \omega^5 + (\omega^2)^{100} = \omega^5 + \omega^{200}$$

$$= \omega^3 \cdot \omega^2 + (\omega^6)^{33} \cdot \omega^2$$

$$= -\omega^2 + \omega^2 = 0$$

15. 직육면체의 한 꼭짓점 A에 모인 세면의 넓이의 비가 2 : 3 : 4 일 때, 꼭짓점 A에 모인 세 모서리의 길이의 비를 구하면?

① 2 : 3 : 4

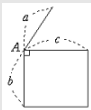
② 4 : 3 : 7

③ 3 : 1 : 4

④ 4 : 3 : 6

⑤ 4 : 5 : 6

해설



꼭지점 A의 각면은 넓이비가 2 : 3 : 4 이므로,

$$\begin{cases} ab = 2k^2 \dots ① \\ bc = 3k^2 \dots ② \\ ca = 4k^2 \dots ③ \end{cases}$$

(k는 양의 상수)

$$ab \times bc \times ca = 2k^2 \cdot 3k^2 \cdot 4k^2, (abc)^2 = 24k^6$$

$$\therefore abc = 2\sqrt{6}k^3 \dots ④$$

$$④ \div ② \text{ 하면 } a = \frac{2}{3}\sqrt{6}k$$

$$④ \div ③ \text{ 하면 } b = \frac{\sqrt{6}}{2}k$$

$$④ \div ① \text{ 하면 } c = \sqrt{6}k$$

$$\therefore a : b : c = \frac{2}{3} : \frac{1}{2} : 1 = 4 : 3 : 6$$

16.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + mx + m^2 - 1 = 0$ 이 정수근을 가질 때, 정수  $m$ 의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + mx + x^2 - 1 = 0$ 에서 근의 공식에 의하여

$$x = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4(m^2 - 1)}}{2}$$

이 때,  $x$ 가 정수이므로

$\sqrt{m^2 - 4(m^2 - 1)} = k$ (단,  $k$ 는 정수는  $k \geq 0$ )라 하면

$$-3m^2 + 4 = k^2$$

따라서,  $m$ 의 개수는  $-1, 0, 1$ 로 3개다.

17. 복소수  $\alpha, \beta$  는  $\alpha\bar{\alpha} = 1, \beta\bar{\beta} = 1$  을 만족하고  $\alpha + \beta = i$  이다. 이 때,  $\alpha^2 + \beta^2$  의 값을 구하면?

① 4

② 3

③ 2

④ 1

⑤  $\frac{1}{2}$

해설

$$\alpha + \beta = i \text{에서 } \overline{\alpha + \beta} = \bar{i} \quad \therefore \bar{\alpha} + \bar{\beta} = -i$$

$$\alpha\bar{\alpha} = 1, \beta\bar{\beta} = 1 \text{에서 } \bar{\alpha} = \frac{1}{\alpha}, \bar{\beta} = \frac{1}{\beta}$$

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \quad \therefore \alpha\beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = i^2 - 2 \cdot (-1) = 1$$

18.  $x^2 - x + 1 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면  $f(\alpha) = \beta + 1, f(\beta) = \alpha + 1$  을 만족하는 이차항의 계수가 1인 이차의 다항식  $f(x)$ 에 대하여  $f(1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 1 (\alpha \neq \beta)$$

$$f(x) = x^2 + ax + b \text{ 라 하면}$$

$$f(\alpha) = \alpha^2 + a\alpha + b = \beta + 1$$

$$f(\beta) = \beta^2 + a\beta + b = \alpha + 1$$

$$f(\alpha) - f(\beta) = \alpha^2 - \beta^2 + a(\alpha - \beta) = -(\alpha - \beta)$$

$\alpha \neq \beta$  이므로 양변을  $\alpha - \beta$  로 나누면

$$\alpha + \beta + a = -1 \quad \therefore a = -2 (\because \alpha + \beta = 1)$$

$$f(\alpha) = \alpha^2 - 2\alpha + b = \beta + 1$$

$$f(\beta) = \beta^2 - 2\beta + b = \alpha + 1$$

$$f(\alpha) + f(\beta) = \alpha^2 + \beta^2 - 2(\alpha + \beta) + 2b = \alpha + \beta + 2$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 2b = \alpha + \beta + 2$$

$$1 - 2 - 2 + 2b = 3 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore f(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$f(1) = 2$$

19.  $p$ 와  $q$ 가 소수이고,  $x^2 - px + q = 0$ 이 서로 다른 두 개의 양의 정수근을 가질 때, 다음 중 옳은 문장은 몇 개인가?

- (가) 두 근의 차는 홀수이다.  
(나) 적어도 한 근은 소수이다.  
(다)  $p^2 - q$ 는 소수이다.  
(라)  $p + q$ 는 소수이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 0개

### 해설

$x^2 - px + q = 0$ 의 서로 다른 양의 정수근을  $\alpha, \beta$ 라 하면  
 $\alpha + \beta = p$  .....㉠

$\alpha\beta = q$  .....㉡이다.

그런데,  $q$ 가 소수이므로 ㉡에서 두 근은 1과  $q$ 이다.

$\therefore$  ㉠에서  $1 + q = p \quad \therefore p - q = 1$

그런데  $p$ 도 소수이므로 두 소수의 차이가 1인 경우는  $p = 3, q = 2$ 일 때 뿐이다.

$x^2 - 3x + 2 = 0$ 에서  $(x - 1)(x - 2) = 0$

$\therefore x = 1, 2$

따라서, 주어진 문장은 모두 옳다.

20. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 두 점  $(-4, 0)$ ,  $(2, 0)$  을 지나고  
최솟값이  $-3$  일 때, 상수  $a$ ,  $b$ ,  $c$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = \frac{1}{3}$

▷ 정답 :  $b = \frac{2}{3}$

▷ 정답 :  $c = -\frac{8}{3}$

### 해설

$y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 두 점  $(-4, 0)$ ,  $(2, 0)$  을 각각 지나므로

$$16a - 4b + c = 0$$

$$4a + 2b + c = 0$$

$$\therefore b = 2a, c = -8a$$

또 주어진 함수의 최솟값이  $-3$  이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= ax^2 + 2ax - 8a \\ &= a(x+1)^2 - 9a \end{aligned}$$

$$\therefore -9a = -3$$

따라서  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = \frac{2}{3}$ ,  $c = -\frac{8}{3}$  이다.

21.  $-1 \leq x \leq 2$  에서 이차함수  $f(x) = x^2 + 2ax + 1$  의 최소값이  $-8$  일 때, 모든 실수  $a$  의 값의 합은?

①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{3}{4}$

③  $\frac{5}{4}$

④  $\frac{7}{4}$

⑤  $\frac{9}{4}$

### 해설

$f(x) = x^2 + 2ax + 1 = (x+a)^2 + 1 - a^2$  에서 꼭지점의  $x$  좌표는  $-a$  이다.

(i)  $-a < -1$  , 즉  $a > 1$  일 때,  $-1 \leq x \leq 2$  에서  $f(x)$  의 최솟값은  $f(-1) = 2 - 2a = -8$

$\therefore a = 5$

(ii)  $-1 \leq -a < 2$  , 즉  $-2 < a \leq 1$  일 때,  $-1 \leq x \leq 2$  에서  $f(x)$  의 최솟값은  $f(-a) = 1 - a^2 = -8$ ,  $a^2 = 9$

$\therefore a = \pm 3$

$-2 < a \leq 1$  이므로  $a$  의 값은 존재하지 않는다.

(iii)  $-a \geq 2$  , 즉  $a \leq -2$  일 때,  $-1 \leq x \leq 2$  에서  $f(x)$  의 최솟값은  $f(2) = 5 + 4a = -8$

$\therefore a = -\frac{13}{4}$

따라서 모든 실수  $a$  의 값의 합은  $5 + \left(-\frac{13}{4}\right) = \frac{7}{4}$

22. 함수  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{ax^2 - 3x + a - 2}}$  이 최댓값을 가질 때, 정수  $a$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

### 해설

분모가 항상 양수이므로 주어진 함수가 최대가 될 때는 함수  $y = ax^2 - 3x + a - 2 \cdots \textcircled{A}$  이 최솟값을 가질 때이다.

만약 함수  $y$  가 음수나 0 을 최솟값으로 갖게 되면 함수값이 존재하지 않으므로 함수  $y$  의 최솟값은 양수이다.

따라서  $a > 0 \cdots \textcircled{B}$

$D = -4a^2 + 8a + 9 < 0 \cdots \textcircled{C}$  의 두 식이 모두 만족되면,  $\textcircled{A}$  이 양의 최솟값을 갖는다.

$$-4a^2 + 8a + 9 < 0 \text{ 에서 } a < \frac{2 - \sqrt{13}}{2}, a > \frac{2 + \sqrt{13}}{2}$$

따라서  $\textcircled{B}$  과의 공통 범위를 구하면  $a > \frac{2 + \sqrt{13}}{2} = 2.80$  이므로  $a = 3$  이다.

23.  $f(x) = x^3 - p$ ,  $g(x) = x^3 - 2x$ 에 대하여 방정식  $f(x) = 0$ 의 세 근을  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 라고 할 때,  $g(\alpha)g(\beta)g(\gamma)$ 의 값을  $p$ 로 바르게 나타낸 것은?

①  $p^3$

②  $-p^3 + 2p$

③  $-3p^3$

④  $3p^3 - 6p$

⑤  $p^3 - 8p$

해설

$x^3 - p = 0$ 의 세 근을  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 라 하면

$$\alpha^3 - p = 0, \beta^3 - p = 0, \gamma^3 - p = 0$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 0, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0,$$

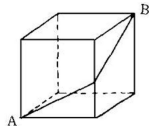
$$\alpha\beta\gamma = p \text{ 이 성립한다.}$$

이 때,

$$g(\alpha)g(\beta)g(\gamma) = (\alpha^3 - 2\alpha)(\beta^3 - 2\beta)(\gamma^3 - 2\gamma) = (p - 2\alpha)(p - 2\beta)(p - 2\gamma)$$

$$= p^3 - 2(\alpha + \beta + \gamma)p^2 + 4(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)p - 8\alpha\beta\gamma = p^3 - 8p$$

24. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 합이 28 cm, 겉넓이가  $28\text{cm}^2$ , 부피가  $8\text{cm}^3$  인 직육면체가 있다. 이 직육면체에서 면을 따라 꼭지점 A에서 꼭짓점 B에 이르는 가장 짧은 거리는?



- ① 5cm                      ② 6cm                      ③  $2\sqrt{5}\text{cm}$   
 ④  $\sqrt{29}\text{cm}$                       ⑤  $\sqrt{37}\text{cm}$

### 해설

각 모서리의 길이를  $a, b, c$  라 하면

$$4(a + b + c) = 28$$

$$2(ab + bc + ca) = 28$$

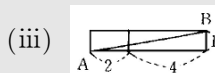
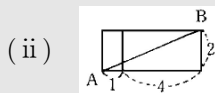
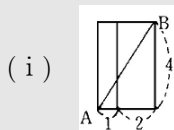
$$abc = 8$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

$$ab + bc + ca = 14$$

$$abc = 8$$

이 때,  $a, b, c$  를 세 근으로 하는  $x$  에 대한 삼차방정식은  $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$   $(x-1)(x-2)(x-4) = 0$  그러므로 모서리의 길이는 각각 1cm, 2cm, 4cm 이다. 이제 꼭짓점 A 에서 꼭지점 B 에 이르는 거리를 전개도를 이용하여 구해 보자.



( i ) 에서  $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$

( ii ) 에서  $\overline{AB} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}(\text{cm})$

( iii ) 에서  $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37}(\text{cm})$

따라서 A 에서 B 에 이르는 가장 짧은 거리는 5cm

25. 두 개의 이차방정식  $x^2 + ax + \frac{1}{a} = 0$ 과  $x^2 + bx + \frac{1}{b} = 0$ 이 공통근을 가질 때,  $ab(a+b)$ 의 값은? (단,  $a \neq b$ )

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤  $a, b$ 의 값에 따라 달라진다.

해설

공통근을  $\alpha$ 라 하고 두 식에 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + \frac{1}{a} = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\alpha^2 + b\alpha + \frac{1}{b} = 0 \dots\dots \textcircled{2}$$

① - ②하면

$$\therefore \alpha(a-b) + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0, (a-b) \left( \alpha - \frac{1}{ab} \right) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha = \frac{1}{ab}$$

$$\text{이것을 ①에 대입하면 } \left( \frac{1}{ab} \right)^2 + a \cdot \frac{1}{ab} + \frac{1}{a} = 0$$

$$1 + a^2b + ab^2 = 1 + ab(a+b) = 0$$

$$\therefore ab(a+b) = -1$$