1. 다음에서 일차부등식은 몇 개인가?

㉠ $\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}x$

㉡ $3-x^2>-5+x-x^2$

㉢ $0.1x-0.7y\geq 0.2(x-y)$

㉣ $x-4\leq 5-3(x+1)$

㉤ $\frac{1}{3}x-\frac{1}{7}y=-\frac{1}{12}$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 부등식이 아니다.
㉡ $-x+8>0$ 의 꼴이므로 일차부등식이다.
㉢ $-0.1x-0.5y\geq 0$ 의 꼴이므로 일차부등식이다.
㉣ $4x-6\leq 0$ 의 꼴이므로 일차부등식이다.
㉤ 부등식이 아니다.
따라서 ㉡, ㉢, ㉣의 3 개이다.

2. 다음 중 부등호를 사용하여 나타낸 식이 옳지 <u>않은</u> 것은?

① x 는 $-3x-15$ 보다 크지 않다. $\Rightarrow$ $x \le -3x-15$

② $2x$ 와 -12 의 합은 음수이다. $\Rightarrow$ $2x-12<0$

③ x 와 8 의 곱은 5 이하이다. $\Rightarrow$ $8x \le 5$

④ $3x$ 와 $\frac{2}{3}$ 의 곱은 0 이거나 양수이다 $\Rightarrow$ $\left(3x \times \frac{2}{3}\right) > 0$

⑤ $-2x$ 와 $2y$ 의 합은 $-\frac{1}{2}$ 이상이다. $\Rightarrow$ $-2x+2y \ge -\frac{1}{2}$

해설

④ $\left(3x \times \frac{2}{3}\right) \ge 0$

3. 다음 부등식 중 해가 $x = 3$이 되는 것은?

① $x + 2 < 1$　② $-2x + 1 \geq 0$　③ $2x - 2 \leq -3$

④ $5 - x > 1$　⑤ $x - 1 < 1$

해설

④ $5 - x > 1$에서

$x = 3$이면 $5 - 3 = 2 > 1$ (참)

4. 다음 중 일차부등식이 아닌 것을 모두 구하여라.

㉠ $2x > 6$	㉡ $x^2 + 2 < x^2 + 2x + 2$
㉢ $x + 1 = 2x + 3$	㉣ $x > 9$
㉤ $3x + 2 < 3x + 3$	㉥ $\frac{1}{x} - x > x + 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ ○ x 의 차수가 1 차이다.
㉡ ○ $x^2 - x^2 - 2x < 2 - 2$, $-2x < 0$ 이므로 일차부등식이다.
㉢ × 일차방정식이다.
㉣ ○ x 의 차수가 1 차이다.
㉤ × $3x - 3x < 3 - 2$, $0 < 1$ 일차부등식이 아니다.
㉥ × 분수의 분모에 x가 있으므로 1 차가 아니다.

5. 부등식 $-x-1 \le 3x-2$ 의 해를 수직선 위에 나타내면?

①

②

③

④

⑤

해설

$-x-1 \le 3x-2$

$1 \le 4x$

$\therefore \ \frac{1}{4} \le x$

6. 일차부등식 $7(x-2)-3(2x-3) \geq 4x$ 를 만족하는 가장 큰 정수는?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$7(x-2)-3(2x-3) \geq 4x$

$7x-14-6x+9 \geq 4x$

$3x \leq -5$

$x \leq -\frac{5}{3}$

따라서 만족하는 가장 큰 정수는 -2 이다.

7. 두 부등식 $\frac{x}{2} > x+5$, $2x+3a > 3x-4$의 해가 서로 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{14}{3}$

해설

$\frac{x}{2} > x+5$에서 $x > 2x+10$, $x < -10$

$2x+3a > 3x-4$에서 $-x > -4-3a$, $x < 4+3a$

두 부등식의 해가 같으므로 $4+3a = -10$

$\therefore a = -\frac{14}{3}$

8. 부등식 $\frac{6x+9}{3}-\frac{2x+6}{2}<a$를 만족하는 자연수 x의 개수가 6개일 때, 자연수 a의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\frac{6x+9}{3}-\frac{2x+6}{2}<a$를 정리하면

$2x+3-(x+3)<a$

$2x+3-x-3<a$

$\therefore\ x<a$

만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 6개여야 하므로 $7 \le a < 8$ 이 되어야 한다.

따라서 $a=7$이다.

9. $a \geq b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

① $1-\frac{a}{3} \geq 1-\frac{b}{3}$
② $-2a+1 \leq -2b+1$
③ $4+\frac{a}{2} \leq 4+\frac{b}{2}$
④ $3a-5 \geq 3b-5$
⑤ $\frac{3}{4}a+6 \leq \frac{3}{4}b+6$

해설

② $-2a+1 \leq -2b+1$ 양변에 음수를 곱하여서 부등호 방향이 바뀌었다.
④ $3a-5 \geq 3b-5$ 양변에 같은 수를 빼어도 부등호 방향은 바뀌지 않는다.

10. $a < b$, $c < 0$ 일 때, 다음 중 ○ 안에 들어갈 부등호의 방향이 <u>다른</u> 것은?

① $a + c$ ○ $b + c$　　② $a - c$ ○ $b - c$

③ ac ○ bc　　④ $a + \frac{2}{c}$ ○ $b + \frac{2}{c}$

⑤ $a - 2c$ ○ $b - 2c$

해설

①, ②, ④, ⑤는 < 이고 ③은 > 이다.

11. $2 < x < 13$ 이고, $a < -2x + 7 < b$ 일 때, $a + 7b$ 의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$2 < x < 13$의 각 변에 -2를 곱하면 $-26 < -2x < -4$
각 변에 7을 더하면 $-19 < -2x + 7 < 3$
$a = -19,\ b = 3$ 이므로 $a + 7b = -19 + 21 = 2$ 이다.

12. 일차부등식 $3x-2<x+9$를 만족하는 자연수 x의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5개

해설

(1) 단계

$3x-2<x+9$에서

$2x<11$

$\therefore\ x<\dfrac{11}{2}$

(2) 단계

따라서 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

13. $4x-1 \geq -7+6x$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

①

②

③

④

⑤

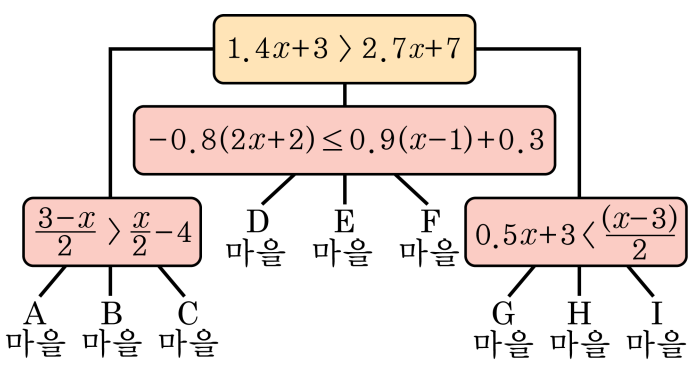
해설

$4x-1 \geq -7+6x$

$6 \geq 2x$

$x \leq 3$

14. 다음을 위에서부터 계산하여 x 의 최솟값이 0보다 크면 오른쪽 선을 따라, x 의 최댓값이 0 보다 작으면 왼쪽 선을 따라, 그 외의 경우에는 가운데 선을 따라 갔을 때, 도착하는 마을은 어디인가?



▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

$1.4x + 3 > 2.7x + 7$

$14x + 30 > 27x + 70$

$14x - 27x > 70 - 30$

$-13x > 40$

$x < -\frac{40}{13}$

x 의 최솟값은 없고 최댓값은 $-\frac{40}{13}$ 보다 작으므로 0 보다 작다.

따라서 왼쪽선을 따라간다.

$\frac{3-x}{2} > \frac{x}{2} - 4$

$3 - x > x - 8$

$-x - x > -8 - 3$

$-2x > -11$

$x < \frac{11}{2}$

x 의 최솟값은 없고 최댓값은 0 보다 크므로 가운데로 가야한다.

따라서 B 에 도착한다.

15. 다음 중 $\frac{3}{2} - 0.4x > 0.6 + \frac{3}{5}x$ 의 해로 옳은 것은?

① 0.7 ② 0.9 ③ 1.0 ④ 1.2 ⑤ 1.5

해설

식을 간단히 하기 위해 양변에 10 을 곱하면 $15 - 4x > 6 + 6x$ 이고, 이를 정리하면 $-10x > -9$ 이다. 따라서 $x < \frac{9}{10}$ 이다. 이를 소수로 표현하면 $x < 0.9$ 이다. x 는 0.9 보다 작아야 하므로 0.7 이 해가 될 수 있다.

16. x 에 관한 부등식 $ax - 12 > 0$ 의 해가 $x < -3$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$ax - 12 > 0$, $ax > 12$ 의 해가 $x < -3$, 즉 부등호의 방향이 바뀌었으므로 $a < 0$ 이다.

$ax > 12$

$x < \frac{12}{a}$

$\frac{12}{a} = -3$

$\therefore\ a = -4$

17. 두 부등식 $2x < x - a$, $0.5(x + 7) < 5$의 해가 서로 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$2x < x - a$에서 $x < -a$
$0.5(x + 7) < 5$에서 $5x + 35 < 50$, $5x < 15$
$\therefore x < 3$
두 부등식의 해가 서로 같으므로
$-a = 3$
$\therefore a = -3$

18. $a > b$, $ac > bc$, $ac = 0$일 때, a, b, c의 값 또는 부호를 구하면?

① $a > 0$, $b < 0$, $c = 0$　② $a < 0$, $b > 0$, $c = 0$

③ $a = 0$, $b > 0$, $c < 0$　④ $a = 0$, $b < 0$, $c > 0$

⑤ $a = 0$, $b < 0$, $c < 0$

해설

$ac = 0$이므로 $a = 0$ 또는 $c = 0$, 그런데 $ac > bc$이므로 $c \neq 0$,
$a = 0$
$a > b$이므로 $b < 0$, $ac > bc$, $a = 0$이므로 $bc < 0$, 그런데 $b < 0$
이므로 $c > 0$
$\therefore\ a = 0,\ b < 0,\ c > 0$

19. 부등식 $\frac{x-2}{3}-\frac{2x-3}{4} \geq 1$ 을 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$\frac{x-2}{3}-\frac{2x-3}{4} \geq 1$, $4(x-2)-3(2x-3) \geq 12$, $-2x \geq 11$,

$x \leq -\frac{11}{2}$

따라서 가장 큰 정수는 -6 이다.

20. 일차부등식 $(b-1)x^2+ax-bx>3(a-1)$ 을 풀면? (단, $a<1$)

① $x<1$　② $x<-3$　③ $x>3$

④ $x<3$　⑤ $x>-1$

해설

주어진 식이 일차부등식이므로 이차항의 계수가 0 즉, $b=1$ 이다.
따라서 $ax-x>3(a-1)$ 이 되어 $(a-1)x>3(a-1)$
이때, $a<1$ 이므로 부등호의 방향이 바뀌고, 부등식의 해는 $x<3$

21. $a < 0$이고 다음 보기의 두 부등식이 해가 같을 때, 구한 상수 a의 값이 $\frac{17c}{d}$이다. $2c + d$의 값을 구하여라. (단, $c > d$)

보기

$$\frac{-5x+6}{2a} < \frac{2x}{3},\ \frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}x-1\right) < 0.7(3x+2)$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$\frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}x-1\right) < 0.7(3x+2)$의 양변에 10을 곱하면

$2x - 4 < 21x + 14$

$\therefore\ x > -\frac{18}{19}$

$\frac{-5x+6}{2a} < \frac{2x}{3}$의 양변에 $6a$를 곱하면

$-15x + 18 > 4ax$

$18 > (4a + 15)x$

두 부등식의 해가 같으므로 $4a + 15 < 0$이고

$x > \frac{18}{4a+15}$

$\frac{18}{4a+15} = -\frac{18}{19}$

$4a + 15 = -19$

$a = -\frac{17}{2}$

$-\frac{17}{2} = \frac{17c}{d}$

$c = 1,\ d = -2 (c > d)$

$\therefore\ 2c + d = 2 - 2 = 0$

22. 일차부등식 $\frac{x-1}{2}-\frac{3x+5}{4} \geq \frac{x-7}{8}-a$ 의 해 중에서 가장 큰 값이 $-\frac{3}{5}$ 일 때, 상수a 의 값은?

① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{13}{20}$

해설

$\frac{x-1}{2}-\frac{3x+5}{4} \geq \frac{x-7}{8}-a$ 의 양변에 8 을 곱하면

$4x-4-6x-10 \geq x-7-8a$

$-3x \geq -8a+7,\ x \leq \frac{8a-7}{3}$

해 중에서 가장 큰 값이 $-\frac{3}{5}$ 이므로 $\frac{8a-7}{3}=-\frac{3}{5}$

$40a-35=-9,\ 40a=26$

$\therefore\ a=\frac{13}{20}$

23. $-1 \le x \le 1$ 일 때, $\dfrac{4-2x}{3-x}$ 의 범위를 구하면 $a \le \dfrac{4-2x}{3-x} \le b$ 라 할 때, $a+2b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\dfrac{4-2x}{3-x} = \dfrac{2(3-x)-2}{3-x} = 2 - \dfrac{2}{3-x}$ 이므로

$-1 \le x \le 1$ 의 각 변에 -1을 곱하면 $-1 \le -x \le 1$

각 변에 3을 더하면 $2 \le 3-x \le 4$

역수를 취하면 $\dfrac{1}{4} \le \dfrac{1}{3-x} \le \dfrac{1}{2}$

각 변에 -2를 곱하면 $-1 \le -\dfrac{2}{3-x} \le -\dfrac{1}{2}$

각 변에 2를 더하면 $1 \le 2 - \dfrac{2}{3-x} \le \dfrac{3}{2}$

$a=1,\ b=\dfrac{3}{2}$ 이므로 $a+2b=4$

24. 연속하는 세 수 a, b, c 에 대하여 $98 \le ac - ab \le 100$ 를 만족할 때, 세 수 $a,\ b,\ c$ 를 각각 구하여라.
(단, $a < b < c \le 100$)

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 98$

▷ 정답: $b = 99$

▷ 정답: $c = 100$

해설

연속하는 세 수를 크기가 작은 순서대로 $b-1,\ b,\ b+1$ 로 놓으면
$a = b - 1,\ c = b + 1$
따라서 $ac - ab = (b-1)(b+1) - (b-1)b$
$= b^2 - 1 - b^2 + b$
$= b - 1$

즉, $98 \le b - 1 \le 100$
$99 \le b \le 101$
그런데 b 는 100 보다 작은 수이므로 99 이다.
따라서 세 수는 98, 99, 100 이다.
$\therefore a = 98,\ b = 99,\ c = 100$

25. 부등식 $(a-b)x-2a>4b$ 의 해가 $x<-10$ 일 때, 부등식 $(2a+3b)x+a-5b<0$ 을 풀어라.

▶ 답:

▷ 정답: $x<\frac{9}{8}$

해설

$(a-b)x>2a+4b$

$x<\frac{2a+4b}{a-b}=-10(a-b<0)$

$2a+4b=-10a+10b$

$12a=6b,\ 2a=b$

$a-b<0$ 에서 $-a<0 \quad \therefore a>0$

$(2a+6a)x<-a+5\times 2a$

$8ax<9a$

$\therefore\ x<\frac{9}{8}$