1. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a+b+m+n$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$196 = 2^2 \times 7^2$
따라서 $a=2,\ b=7, m=2, m=2$
$a+b+m+n=13$

2. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

① 23 ② 55 ③ 99 ④ 111 ⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1 ,3 ,667 이 된다.

3. 720 의 약수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$ ② 2×5 ③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$ ⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720 의 약수는 (2^4 의 약수)×(3^2 의 약수)×(5 의 약수) 이다.

4. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 이라 할 때, $f(30) \times f(x) = 32$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 x 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로
$f(30) = (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$ 이다.
$f(30) \times f(x) = 32$ 에서 $f(x) = 4$
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

5. 다음 두 수 $2^a\times3^3\times5^2$, $2^5\times3^2\times5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5\times3^3\times5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

6. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

① 4 ② 7 ③ 14 ④ 28 ⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56
56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은
7, 8, 14, 28, 56 이다.

7. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 54 cm, 90 cm, 108 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

① 180 개 ② 90 개 ③ 36 개

④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.
따라서 상자의 개수는
$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$ (개)

8. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권

② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권

③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권

④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권

⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대공약수이므로 231
볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)
지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$
연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$
공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

9. 세 자연수 $5 \times a$, $6 \times a$, $9 \times a$ 의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는?

① 8 ② 9 ③ 15 ④ 24 ⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는 a 이고 ,
$5 \times a$, $2 \times 3 \times a$, $3^2 \times a$ 의 최소공배수는
$2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 이다.
따라서 $a = 3^2 = 9$ 이다.

10. 세 수 3×5^2, $c^3\times3^a\times5^2$, $2\times3\times5^b\times7$ 의 최대공약수가 $d\times5$ 이고, 최소공배수가 $2^3\times3^2\times5^2\times7$ 일 때, $\dfrac{d}{c}-\dfrac{b}{a}$ 의 값을 구하면?

① 0　② 1　③ 5　④ 9　⑤ 12

해설

최대공약수가 $d\times5$,

최소공배수가 $2^3\times3^2\times5^2\times7$ 이므로

$a=2,\ b=1,\ c=2,\ d=3$

$\therefore\ \dfrac{d}{c}-\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}=1$

11. 어떤 자연수를 5로 나누면 3 이 남고, 6 으로 나누면 4 가 남고, 7 로 나누면 5 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 207 ② 208 ③ 209 ④ 210 ⑤ 211

해설

$5, 6, 7$ 로 나누면 항상 2 가 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x+2$ 는 $5, 6, 7$ 의 공배수이다.
$5, 6, 7$ 의 최소공배수는 210 이므로 210 의 배수 중 가장 작은 수는 210 이다.
따라서 $x+2=210$ 이므로 $x=208$ 이다.

12. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 50 번째까지의 빨간 바둑돌은 몇 개인가?

① 21 개 ② 23 개 ③ 25 개 ④ 26 개 ⑤ 28 개

해설

빨간 바둑돌은 3 개씩, 파란 바둑돌은 2 개씩, 노란 바둑돌은 1 개씩 반복된다. 따라서 다시 빨간 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 6 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 6 개씩 반복된다. $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로 50 번째까지 빨간 바둑돌의 개수는 3 개씩 8 번이 반복되고 2 개가 더 배열된다. 따라서 26 개이다.

13. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A+B$ 를 계산하여라.

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.

분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.

$A=18$, $B=5$ 이므로

$A+B=23$ 이다.

14. 10 부터 100 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 $(\text{소수})^2$ 이므로
10 이상 100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 5^2, 7^2 의 2 개

15. 어떤 교차로의 신호등 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 신호등 B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, 신호등 C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 신호등이 동시에 켜진 후 다시 처음으로 동시에 켜지기까지는 몇 초가 걸리겠는가?

① 90초 ② 180초 ③ 210초

④ 360초 ⑤ 420초

해설

$10+2$, $12+3$, $14+4$의 최소공배수는 180이므로
180초 후에 다시 처음으로 동시에 켜진다.